LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK (LKPD)

$$\int x^n dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1} + C$$

$$\int x^n dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1} + C$$

INTEGRAL TAK TENTU DAN TENTU FUNGSI ALJABAR

Nama Peserta Didik :

No Absen :

Kelas :

MATEMATIKA Kelas XI Semester II

oleh

LITASARI RATNA DEWI

2101081[illegible]077

LIVEWORKSHEETS

PETUNJUK LKPD

1. **Kerjakan soal dalam LKPD berikut secara mandiri!**
2. **Tulis nama, no absen dan kelas!**
3. **Lengkapi dan jawablah pertanyaan di tempat yang telah disediakan di dalam LKPD dengan benar!**

LIVEWORKSHEETS

KOMPETENSI INTI

- **KI-1 dan KI-2: Menghayati dan mengamalkan ajaran agama yang dianutnya. Menghayati dan mengamalkan perilaku jujur, disiplin, santun, peduli (gotong royong, kerjasama, toleran, damai), bertanggung jawab, responsif, dan pro-aktif dalam berinteraksi secara efektif sesuai dengan perkembangan anak di lingkungan, keluarga, sekolah, masyarakat dan lingkungan alam sekitar, bangsa, negara, kawasan regional, dan kawasan internasional.**
- **KI 3: Memahami, menerapkan, dan menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural, dan metakognitif berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah.**
- **KI4: Mengolah, menalar, dan menyaji dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri, bertindak secara efektif dan kreatif, serta mampu menggunakan metode sesuai kaidah keilmuan.**

LIVEWORKSHEETS

KOMPETENSI DASAR, INDIKATOR PENCAPAIAN KOMPETENSI & TUJUAN PEMBELAJARAN

Kompetensi Dasar	Indikator Pencapaian Kompetensi
3.33. Menentukan nilai integral tak tentu dan tentu pada fungsi aljabar	3.33.1 Menemukan konsep integral tak tentu sebagai balikan dari turunan fungsi. 3.33.2 Menentukan integral tak tentu dari fungsi aljbar dengan metode substitusi. 3.33.3 Menghitung nilai integral tentu dari fungsi aljabar.
4.33. Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan integral tak tentu dan tentu fungsi aljabar	4.33.1 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan integral taks tentu dari fungsi aljabar. 4.33.2 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan integral tak tentu dari fungsi aljabar dengan metode substitusi. 4.33.3 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan integral tentu dari fungsi aljabar.

Tujuan Pembelajaran

Setelah pembelajaran ini, diharapkan peserta didik dapat:

3.33.1 Menemukan konsep integral tak tentu sebagai balikan dari turunan fungsi.

3.33.2 Menentukan integral tak tentu dari fungsi aljbar dengan metode substitusi.

3.33.3 Menghitung nilai integral tentu dari fungsi aljabar.

4.33.1 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan integral tentu dari fungsi aljabar.

4.33.2 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan integral tak tentu dari fungsi aljabar dengan metode substitusi.

4.33.3 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan integral tentu dari fungsi aljabar.

LIVEWORKSHEETS

MATERI PEMBELAJARAN

A. Integral sebagai anti turunan

Definisi:

F(x) disebut anti turunan dari f(x) pada interval I, jika $\frac{d}{dx}[F(x)] = f(x)$, untuk semua x dalam I.

Integral tak tentu dari sebuah fungsi dinotasikan seperti berikut: $\int (x)dx$. Dalam notasi tersebut dapat kita baca integral terhadap x". Secara umum integral dari fungsi f(x) merupakan penjumlahan F(x) dengan C atau: $\int (x) = (x) + C$, Sebab integral dan juga turunan saling berkaitan, maka rumus integral bisa didapatkan dari rumusan penurunan. Apabila turunan:

$$\frac{d}{dx}\frac{a}{(n+1)}x^{(x+1)} = ax^n$$

Maka rumus integral aljabar didapatkan: $\int ax^n = \frac{a}{n+1}x^{n-1} + C$, dengan n bilangan rasional dan $n \neq 0$

Contoh

1. $\int 4dx = \int 4x^0 dx = \frac{4}{0+1}x^{0+1} + C = 4x + C$

2. $\int 5x^2 dx = \frac{5}{2+1}x^{2+1} + C = \frac{5}{3}x^3 + C$

3. $\int \frac{1}{x^4}dx = \int x^{-4}\,dx = \frac{1}{-4+1}x^{-4+1} + C = \frac{1}{-3}x^{-3} + C = -\frac{1}{3}x^{-3} + C = -\frac{1}{3}\frac{1}{x^3} + C = -\frac{1}{3x^3} + C$

4. $\int \sqrt[3]{x^4}dx = \int x^{\frac{4}{3}}dx = \frac{1}{4/3+1}x^{4/3+1} + C = \frac{3}{7}x^{7/3} + C$

5. $\int (4x^2 + 3)\,dx = \int (4x^2 - 3x^0)\,dx = \frac{4}{2+1}x^{2+1} + \frac{3}{0+1}x^{0+1} + C$
$= \frac{4}{3}x^3 + 3x + C$

LIVEWORKSHEETS

MATERI PEMBELAJARAN

Sifat – sifat integral tak tentu

1. $\int a\,dx = ax + C$; a adalah konstanta
2. $\int a\,f(x)\,dx = a\int f(x)\,dx$; a adalah konstanta
3. $\int (f(x) + g(x))\,dx = \int f(x)\,dx + \int g(x)\,dx$
4. $\int (f(x) - g(x))\,dx = \int f(x)\,dx - \int g\,(x)\,dx$

Contoh: Selesaikan integral-integral berikut!

1. $\int 6\,dx$
2. $\int (x-2)^2 dx$
3. $\int (3x^2 + 5x + 2)dx$
4. $\int 3(2x + 2)dx$

Penyelesaian:

1. $\int 6\,dx = 6x + C$

2. $\int (x-2)^2 dx = \int (x-2)(x-2)dx$
$= \int (x^2 - 4x + 4)dx = \frac{1}{3}x^3 - \frac{4}{2}x^2 + 4x + C = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 4x + C$

3. $\int (3x^2 + 5x + 2)dx = \frac{3}{3}x^3 + \frac{5}{2}x^2 + 2x + C = x^3 + \frac{5}{2}x^2 + 2x + C$

4. $\int 3(2x + 2)dx = 3\int (2x + 2)dx = 3(x^2 + 2x) + c = 3x^2 + 6x + c$

LIVEWORKSHEETS

MATERI PEMBELAJARAN

B. Integral tak tentu pada fungsi aljabar dengan Metode Substitusi

Integral dengan substitusi merupakan cara penyelesaian integral dengan memasukkan variabel baru yang tujuannya untuk memudahkan menyelesaikan integral tersebut

Jika u fungsi dalam x, maka: $\int u^n du = \frac{1}{n+1} u^{n+1} + C$

Jika u fungsi dalam x, maka: $\int u^{-1} du = \int \frac{1}{u} du = In\, u + C$

Jika u = g(x) dan du = u' = g'(x) dx dengan g(x) adalah fungsi yang dapat diturunkan dan F adalah antiturunan dari f, maka metode substitusi dirumuskan :

$$\int f(g(x))g'(x)dx = \int f(u)du = F(u)+C = F(g(x))+C$$

Contoh

Tentukan penyelesaian dari integral berikut

1. $\int (2x-5)^{15}\, dx$
2. $\int 6x^2(2x^3+7)^8\, dx$
3. $\int \sqrt{3x-5}\, dx$
4. $\int (2x-1)(x^2-x+3)^3 dx$

LIVEWORKSHEETS

MATERI PEMBELAJARAN

Penyelesaian

1. $\int(2x-5)^{15}\,dx$

   Missal: u = 2x -5, maka du = d(2x -5) = 2 dx

   Sehingga:

   $$\int(2x-5)^{15}\,dx = \int u^{15}.\frac{1}{2}du = \frac{1}{2}\frac{1}{16}u^{16}+C = \frac{1}{32}u^{16}+C$$

   $$= \frac{1}{32}(2x-5)^{16}+C$$

2. $\int 6x^2(2x^3+7)^8\,dx$

   Misal: $2x^3+7x, maka\ du = 6x^2\,dx$

   $$\int 6x^2(2x^3+7)^8\,dx = \int u^8 du = \frac{1}{9}u^9+C = \frac{1}{9}(2x^3+7)^9+C$$

3. $\int\sqrt{3x-5}\,dx = (3x-5)^{1/2}dx$

   Missal: u = 3x-5, maka du = 3 dx

   Sehingga:

   $$\int\sqrt{3x-5}\,dx = (3x-5)^{1/2}dx$$

   $$= \int u^{1/2}\frac{1}{3}du = \frac{1}{3}\frac{1}{3/2}u^{3/2}+C = \frac{1}{3}\frac{2}{3}u^{3/2}+C$$

   $$= \frac{2}{9}u^{3/2}+C = \frac{2}{9}(3x-5)^{3/2}+C = \frac{2}{9}\left(\sqrt{(3x-5)^3}\right)+C$$

4. $\int(2x-1)(x^2-x+3)^3dx$

   Misalkan: u $=x^2-x+3$, maka du = (2x – 1)dx

   Sehingga:

   $$\int(2x-1)(x^2-x+3)^3dx = \int u^3du = \frac{1}{4}u^4+C = \frac{1}{4}(x^2-x+3)^4+C$$

LIVEWORKSHEETS

MATERI PEMBELAJARAN

C. Integral Tentu Pada Fungsi Aljabar

Jika f(x) kontinu pada interval tertutup $a \leq x \leq b$ dan F(x) adalah anti turunan dari f(x) pada interval $a \leq x \leq b$, maka diperoleh:

$$\int_a^b f(x)dx = F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

Dengan :
F(x) = fungsi hasil integral dari f(x)
F(b) = Nilai fungsi F(x) untuk x = b
F(a) = Nilai fungsi F(x) untuk x = a
a = fungsi bawah
b = fungsi atas

Contoh: Hitunglah integral berikut!

1. $\int_1^2 x^3 dx$
2. $\int_0^1 (2x + 3x^2)\, dx$
3. $\int_1^2 \frac{1}{2} x^3 dx$
4. $\int_3^{12} 6\sqrt{x} dx$

Penyelesaian

1. $\int_1^2 x^3 dx = \frac{1}{4}x^4\Big]_1^2 = \left(\frac{1}{4}(2)^4\right) - \left(\frac{1}{4}(1)^4\right) = \frac{16}{4} - \frac{1}{4} = \frac{15}{4}$
2. $\int_0^1 (2x + 3x^2)\, dx = x^2 + x^3]_0^1 = (1^2 + 1^3) - (0^2 + 0^3) = 1 + 1 - 0 = 2$
3. $\int_1^2 \frac{1}{2} x^3 dx = \frac{1}{2}\frac{1}{4}x^4\Big]_1^2 = \frac{1}{8}x^4\Big]_1^2 = \left(\frac{1}{8}2^4\right) - \left(\frac{1}{8}1^4\right) = \frac{16}{8} - \frac{1}{8} = \frac{15}{8}$
4. $\int_3^{12} 6\sqrt{x} dx = \int_3^{12} 6x^{\frac{1}{2}} dx = \frac{6}{1/2+1} x^{1/2+1}\Big]_3^{12} = 4x\sqrt{x}\Big]_3^{12}$

$= \left(4.12\sqrt{12}\right) - \left(4.3\sqrt{3}\right) = 48.2\sqrt{3} - 12\sqrt{3} = 84\sqrt{3}$

LIVEWORKSHEETS

SOAL LATIHAN

Soal Latihan

Hitunglah integral-integral berikut!

1. $\int (4x^2 + 5x + 7)\, dx$
2. $\int \sqrt{x+5}\, dx$
3. $\int (3x + 10)^9\, dx$
4. $\int x^2 (2 - x^3)^{1/2}\, dx$
5. $\int (x - 2)(2x - 1) dx$
6. $\int_1^2 (4x^3 - 2x + 3)\, dx$
7. $\int_0^2 (2x^3 + 4x + 3)\, dx$
8. $\int_1^3 3x^4\, dx$
9. $\int_9^{16} \frac{1}{\sqrt{x}} dx$
10. $\int_0^3 \left((x + 3) - x^2\right) dx$

LIVEWORKSHEETS

PENYELESAIAN SOAL LATIHAN

1

2

LIVEWORKSHEETS

PENYELESAIAN SOAL LATIHAN

3

4

LIVEWORKSHEETS

PENYELESAIAN SOAL LATIHAN

5

6

LIVEWORKSHEETS

PENYELESAIAN SOAL LATIHAN

7

8

LIVEWORKSHEETS

PENYELESAIAN SOAL LATIHAN

9

10

LIVEWORKSHEETS