

VEKTOR

1. Diketahui titik $K(-1, 3, 2)$ dan $L(4, 2, -5)$. Jika $\vec{m}$ mewakili vektor $\overrightarrow{KL}$. Vektor $\vec{m}$ dalam bentuk vektor kombinasi linear adalah

Penyelesaian:

$$\vec{m} = \overrightarrow{KL}$$

$$\vec{m} = \longrightarrow - \longrightarrow$$

$$\vec{m} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}$$

$$\vec{m} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}$$

Maka vektor $\vec{m}$ dalam bentuk kombinasi linear adalah $\vec{m} = \dots \vec{i} + \dots \vec{j} + \dots \vec{k}$

2. Diketahui vektor $\vec{u} = \vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{v} = 3\vec{i} - 5\vec{j} + 2\vec{k}$ dan $\vec{w} = 2\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}$. Hasil dari $3\vec{u} - \vec{v} - \vec{w}$ adalah

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} 3\vec{u} - \vec{v} - \vec{w} &= 3 \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} (\times) - & - \\ (\times) - & - \\ (\times) - & - \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} - & - \\ - & - \\ - & - \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Maka hasil $3\vec{u} - \vec{v} - \vec{w}$ dalam bentuk kombinasi linear adalah

$$3\vec{u} - \vec{v} - \vec{w} = \dots \vec{i} + \dots \vec{j} + \dots \vec{k}$$

3. Diketahui titik $P(3, -1, 2)$, $Q(-1, 5, 4)$, dan $R(2, 4, -1)$. Jika vektor $\vec{a} = \overrightarrow{PQ}$, $\vec{b} = \overrightarrow{QR}$, dan $\vec{c} = 3\vec{a} + 2\vec{b}$, maka vektor $\vec{c}$ adalah

Penyelesaian:

Untuk $\vec{a} = \overrightarrow{PQ}$

$$\vec{a} = \longrightarrow - \longrightarrow$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}$$

Untuk $\vec{b} = \overrightarrow{QR}$

$$\vec{b} = \longrightarrow - \longrightarrow$$

$$\vec{b} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}$$

$$\vec{b} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}$$

Sehingga untuk $\vec{c} = 3\vec{a} + 2\vec{b}$

$$\vec{c} = 3 \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}$$

$$\vec{c} = \begin{pmatrix} \times \\ \times \\ \times \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \times \\ \times \\ \times \end{pmatrix}$$

$$\vec{c} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}$$

$$\vec{c} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}$$

4. Jika titik $M(2, -5, 8)$ dan $N(-4, 1, 6)$. maka besar vektor $\overrightarrow{MN}$ adalah

Penyelesaian:

$$\overrightarrow{MN} = \longrightarrow - \longrightarrow$$

$$\overrightarrow{MN} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{MN} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}$$

maka besar vektor $\overrightarrow{MN} = |\overrightarrow{MN}|$

$$|\overrightarrow{MN}| = \sqrt{^2 + ^2 + ^2}$$

$$|\overrightarrow{MN}| = \sqrt{ + + }$$

$$|\overrightarrow{MN}| = \sqrt{}$$

$$|\overrightarrow{MN}| =$$

5. Diberikan dua buah vektor masing-masing $|\vec{a}| = 8$ dan $|\vec{b}| = 12$. Nilai kosinus sudut antara kedua vektor adalah $\frac{1}{3}$. Maka nilai dari $|\vec{a} - \vec{b}|$ adalah

Penyelesaian:

$$|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - 2 \cdot |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \theta}$$

$$|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{\quad^2 + \quad^2 - 2 \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad}$$

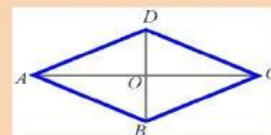
$$|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{\quad + \quad - 2 \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad}$$

$$|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{\quad - \quad}$$

$$|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{\quad}$$

$$|\vec{a} - \vec{b}| = \quad$$

6. ABCD adalah belah ketupat dengan pusat O. Jika $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$ dan $\overrightarrow{BC} = \vec{v}$, maka $\overrightarrow{BD}$ jika dinyatakan dalam vektor $\vec{u}$ dan $\vec{v}$ adalah



Penyelesaian :

Vektor $\overrightarrow{BD}$ dengan menggunakan metode segitiga pada operasi penjumlahan didapat:

$$\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{\quad\quad} + \overrightarrow{\quad\quad}$$

$$\overrightarrow{BD} = \vec{u} + (-\overrightarrow{AB})$$

$$\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{\quad\quad} - \overrightarrow{\quad\quad}$$

7. Jarak pusat $O(0, 0, 0)$ ke titik $P(7, -1, 2)$ adalah

Penyelesaian:

Jarak pada vektor sama dengan panjang lintasan dari titik awal sampai ke titik akhir,

$$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{\quad\quad} - \overrightarrow{\quad\quad}$$

$$\overrightarrow{OP} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \\ \quad \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \\ \quad \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{OP} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \\ \quad \end{pmatrix}$$

maka jarak pusat O ke titik $P = |\overrightarrow{\quad\quad}|$

$$|\overrightarrow{OP}| = \sqrt{\quad^2 + \quad^2 + \quad^2}$$

$$|\overrightarrow{OP}| = \sqrt{\quad + \quad + \quad}$$

$$|\overrightarrow{OP}| = \sqrt{\quad}$$

$$|\overrightarrow{OP}| = \quad$$

8. Diketahui titik $A(3, -2)$, $B(-5, 2)$ dan $C(2, -7)$. Titik P membagi AB sehingga $AP : PB = 3 : 1$. Vektor yang mewakili $\overrightarrow{PC}$ adalah . . .

Penyelesaian:

$$AP : PB = 3 : 1$$

$$P = \frac{3 \dots + 1 \dots}{\dots + \dots}$$

$$P = \frac{3 \cdot (\dots, \dots) + (\dots, \dots)}{\dots}$$

$$P = \frac{1}{4} \cdot ((\dots, \dots) + (\dots, \dots))$$

$$P = \frac{1}{4} \cdot (\dots, \dots)$$

$$P = (\dots, \dots)$$

$$\text{maka } \overrightarrow{PC} = \dots - \dots$$

$$\overrightarrow{PC} = (\dots, \dots) - (\dots, \dots)$$

$$\overrightarrow{PC} = (\dots - \dots, \dots - \dots)$$

$$\overrightarrow{PC} = (\dots, \dots)$$

9. Diketahui titik $A(4, 7, 0)$, $B(6, 10, -6)$ dan $C(1, 9, 0)$. Jika $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$ dan $\overrightarrow{AC} = \vec{v}$, maka besar sudut antara $\vec{u}$ dan $\vec{v}$ adalah . . .

Penyelesaian :

$$\vec{u} = \overrightarrow{AB}$$

dan

$$\vec{v} = \overrightarrow{AC}$$

$$\vec{u} = \vec{} - \vec{}$$

$$\vec{v} = \vec{} - \vec{}$$

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}$$

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}$$

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}$$

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}$$

Sudut antara $\vec{u}$ dan $\vec{v}$ adalah θ , sehingga :

$$\cos \theta = \frac{\vec{} \cdot \vec{}}{|\vec{}| \cdot |\vec{}|}$$

$$\cos \theta = \frac{ + }{\sqrt{^2 + ^2 + ^2} \cdot \sqrt{^2 + ^2 + ^2}}$$

$$\cos \theta = \frac{ + }{\sqrt{ + } \cdot \sqrt{ + }}$$

$$\cos \theta = \frac{}{\sqrt{} \cdot \sqrt{}}$$

$$\cos \theta = \frac{}{\sqrt{}}$$

$$\cos \theta =$$

$$\text{maka } \theta = \quad ^\circ$$

10. Jika $\vec{OA} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\vec{OB} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$, dan θ sudut antara vektor $\vec{OA}$ dan $\vec{OB}$, $\tan \theta = \dots$

Penyelesaian:

$$\vec{OA} \cdot \vec{OB} = 1 \cdot \quad + \quad \cdot 2 = \quad + \quad =$$

$$|\vec{OA}| = \sqrt{\dots^2 + \dots^2} = \sqrt{\quad + \quad} = \sqrt{\quad}$$

$$|\vec{OB}| = \sqrt{\dots^2 + \dots^2} = \sqrt{\quad + \quad} = \sqrt{\quad}$$

$$\cos \theta = \frac{\vec{OA} \cdot \vec{OB}}{|\vec{OA}| \cdot |\vec{OB}|}$$

$$\cos \theta = \frac{\quad \cdot \quad}{\sqrt{\quad} \cdot \sqrt{\quad}} = \frac{\quad}{\sqrt{\quad}} = \quad$$

Dari $\cos \theta$ didapat bahwa sisi samping = $\quad$ dan sisi miring = $\quad$

$$\text{Sisi depan} = \sqrt{\quad^2 - \quad^2} = \sqrt{\quad - \quad} = \sqrt{\quad} =$$

$$\text{Maka } \tan \theta = \quad$$

11. Diketahui koordinat titik $X(4, 2, -1)$ dan $Y(1, 3, 2)$. Titik P pada XY sedemikian rupa sehingga $XP : YP = -3 : 1$. Tentukan koordinat titik P !

Penyelesaian:

$XP : YP = -3 : 1$, dengan konsep vektor berlawanan maka dapat diubah menjadi $XP : PY = -3 : \dots$

$$\text{Sehingga } p = \frac{-3 \dots + (\dots)}{-3 + (\dots)}$$

$$p = \frac{\dots - \dots}{\dots}$$

$$p = \frac{1}{\dots} (-x - \dots), \text{ dengan mensubstitusi } X(4, 2, -1) \text{ dan } Y(1, 3, 2). \text{ Maka}$$

$$p = \frac{1}{\dots} \left(- \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \\ \quad \end{pmatrix} - 3 \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \\ \quad \end{pmatrix} \right)$$

$$p = \frac{1}{\dots} \left(\begin{pmatrix} \quad \\ \quad \\ \quad \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \\ \quad \end{pmatrix} \right)$$

$$p = \frac{1}{\dots} \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \\ \quad \end{pmatrix}$$

$$p = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \\ \quad \end{pmatrix}$$

$$\text{jadi koordinat titik } P = (\quad , \quad , \quad)$$

12. Diketahui dua vektor $\vec{u} = 6\vec{i} - 4\vec{j}$ dan $\vec{v} = t\vec{i} + 12\vec{j}$. Jika vektor $\vec{u}$ tegak lurus terhadap $\vec{v}$, maka nilai t adalah . . .

Penyelesaian:

vektor $\vec{u}$ tegak lurus terhadap $\vec{v}$, jika dan hanya jika $\vec{u} \cdot \vec{v} =$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} =$$

$$\dots \cdot t + \dots \dots \dots = 0$$

$$\dots t - \dots \dots = 0$$

$$\dots t = 0 + \dots$$

$$\dots t = \dots$$

$$t = \dots$$

$$t = \dots$$

13. Pada segitiga PQR dengan koordinat titik $P(7, -2, 5)$, $Q(5, 0, 4)$ dan $R(3, -6, 7)$. Tentukan proyeksi skalar orthogonal vektor $\overrightarrow{PQ}$ pada $\overrightarrow{PR}$.

Penyelesaian:

$$\overrightarrow{PQ} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{PR} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{PR} = + + =$$

$$|\overrightarrow{PR}| = \sqrt{^2 + ^2 + ^2} = \sqrt{ + + } = \sqrt{} =$$

maka proyeksi skalar orthogonal vektor $\overrightarrow{PQ}$ pada $\overrightarrow{PR}$

$$|\overrightarrow{PQ}_{\overrightarrow{PR}}| = \frac{\overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{PR}}{|\overrightarrow{PR}|} = \frac{}{} =$$