MATEMATIKA

# LembarKerjaPesertaDidik (LKPD)
# ElipsTakStandar DanPGSNya

Nama :
Kelas :
Hari/Tanggal:

Disusun oleh : Thessy Destari

SMA
XI

CP

Pada akhir fase E, peserta didik dapat menggeneralisasi sifat-sifat operasi bilangan berpangkat (eksponen), serta menggunakan barisan dan deret (aritmetika dan geometri) dalam bunga tunggal dan bunga majemuk. Mereka dapat menggunakan sistem persamaan linear tiga variabel, sistem pertidaksamaan linear dua variabel, persamaan dan fungsi kuadrat dan persamaan dan fungsi eksponensial dalam menyelesaikan masalah. Mereka dapat menentukan perbandingan trigonometri dan memecahkan masalah yang melibatkan segitiga siku- siku. Mereka juga dapat menginterpretasi dan membandingkan himpunan data berdasarkan distribusi data, menggunakan diagram pencar untuk menyelidiki hubungan data numerik, dan mengevaluasi laporan berbasis statistika. Mereka dapat menjelaskan peluang dan menentukan frekuensi harapan dari kejadian majemuk, dan konsep dari kejadian saling bebas dan saling lepas.

TUJUAN PEMBELAJARAN

1. Dapat mengetahui bentuk elips tak standar
2. Dapat mengetahui elips tak standar jenis kesatu
3. Dapat mengetahui elips tak standar jenis kedua

# PETUNJUK

1. Isilah nama, kelas dan hari/tanggal pada halaman pertama
2. Jawablah pertanyaan dengan petunjuk-petunjuk yang diberikan
3. Cermati soal dengan teliti dan seksama
4. Lakukan kegiatan dengan baik dan benar.

# MATERI

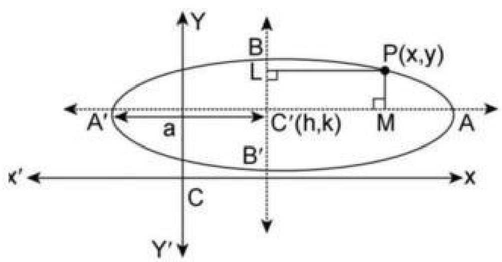
Elips a[...] bidang sehingga rasio antara [...]nstan, yaitu e < 1.

Bentuk elips tak standar diklasifikasi menjadi 2 jenis. Jenis pertama yaitu jika sumbu mayornyasejajar dengan sumbu x dan sumbu minornya sejajardengan sumbu y, lalu titik pusat elips bukan titik asal O(0, 0), seperti pada Gambar 5.3. Persamaan elips jenis ini adalah

$$\frac{(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{h})^2}{\boldsymbol{a}^2}+\frac{(\boldsymbol{y}-\boldsymbol{k})^2}{\boldsymbol{b}^2}=\mathbf{1}, \quad \boldsymbol{a}>\boldsymbol{b},$$

dengan titik pusat $(h, k)$.

A. Elips tak standar jenis kesatu




Gambar 5.3: Elips tak standar jenis pertama

# MATERI

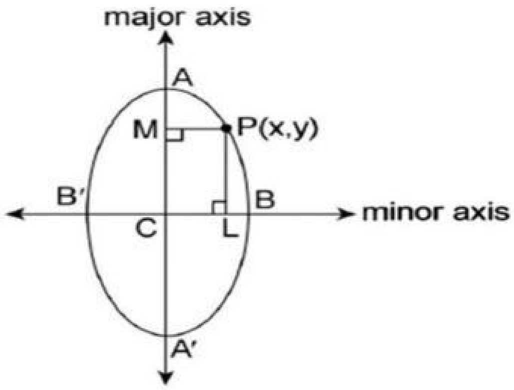
Jika $P$ sebarang titik pada elips dengan sumbu mayor $\boldsymbol{AA'}$ san sumbu minor $\boldsymbol{BB'}$. Lalu $PM$ tegak lurus dengan sumbu mayor dan $PL$ tegak lurus dengan sumbu minor. Maka diperoleh

$$\frac{|PL|^2}{a^2} + \frac{|PM|^2}{b^2} = 1$$

B. Elips tak standar jenis kedua

Jenis kedua elips tak standar yaitu jika sumbu mayornya sejajar dengan sumbu$y$ dan sumbu minornya sejajar dengan sumbu $x$, lalu titik pusat elips yaitu $(h, k)$, seperti pada Gambar 5.5. Persamaan elips untuk jenis ini adalah

$$\frac{(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{h})^2}{\boldsymbol{a}^2} + \frac{(\boldsymbol{y}-\boldsymbol{k})^2}{\boldsymbol{b}^2} = \mathbf{1}, \quad \boldsymbol{a} > \boldsymbol{b}$$




Gambar 5.5: Elips tak standar jenis kedua

# MATERI

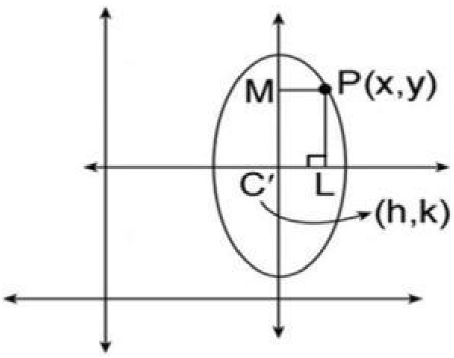
$$\frac{|PL|^2}{a^2} + \frac{|PM|^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{|y-k|^2}{a^2} + \frac{|x-h|^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{|x-h|^2}{a^2} + \frac{|y-k|^2}{b^2} = 1$$

(5.7)

Perhatikan bahwa baik elips tak standar jenis pertama maupun elips tak standar jenis kedua, persamaannya tidak mengandung variabel $xy$. Dalam hal ini, persamaannya memiliki bentuk $ax^2 + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$.




Gambar 5.6: Ilustrasi elips tak standar jenis kedua

# MATERI

C. Elips tak standar jenis ketiga

Selanjutnya adalah elips tak standar jenis ketiga, yang dalam persamaannya terdapat variabel $xy$. Misalkan garis $\boldsymbol{l_1x+m_1y+n_1=0}$ dan garis $\boldsymbol{m_1x-l_1y+n_2=0}$ masing-masing adalah sumbu mayor dan sumbu minor seperti pada Gambar 5.7. Perhatikan bahwa

$$\frac{|PM|^2}{a^2}+\frac{|PL|^2}{b^2}=1$$

dengan $a$ adalah panjang sumbu semi mayor dan $b$ adalah panjang sumbu semi mayor. Sehingga persamaannya menjadi

Dalam hal ini, $b^2=a^2(1-e^2)$. Panjang sumbu mayornya adalah 2a, sedangkan panjang sumbu minornya adalah 2b. Titik pusat persamaan elips ini adalah titik potong persamaan sumbu mayor dan sumbu minor. Karena persamaan garis sumbu mayor adalah $\boldsymbol{l_1x+m_1y+n_1=0}$ dan persamaan garis sumbu minor adalah $\boldsymbol{m_1x-l_1y+n_2=0}$, maka

$$\frac{x}{m_1n_2+l_1n_1}=\frac{x}{m_1n_1-n_2l_1}=\frac{1}{-({l_1}^2+{m_1}^2)}$$

# MATERI

Sehingga titik pusatnya adalah

$$C' \equiv \left(\frac{-(m_1n_2 + l_1n_1)}{{l_1}^2 + {m_1}^2}, \frac{(n_2l_1 - m_1n_1)}{{l_1}^2 + {m_1}^2}\right)$$

Misalkan titik fokusnya dinyatakan dalam $(\alpha, \beta)$, maka jaraknya dari sumbu minor adalah $ae$

$$\frac{(m_1\alpha - l_1\beta + n_2)}{\sqrt{{l_1}^2 + {m_1}^2}} = \pm ae,$$

(5.8)

Dari jarak titik $(\alpha, \beta)$ ke sumbu mayor adalah nol

$$\frac{(l_1\alpha + m_1\beta + n_1)}{\sqrt{{l_1}^2 + {m_1}^2}} = 0$$

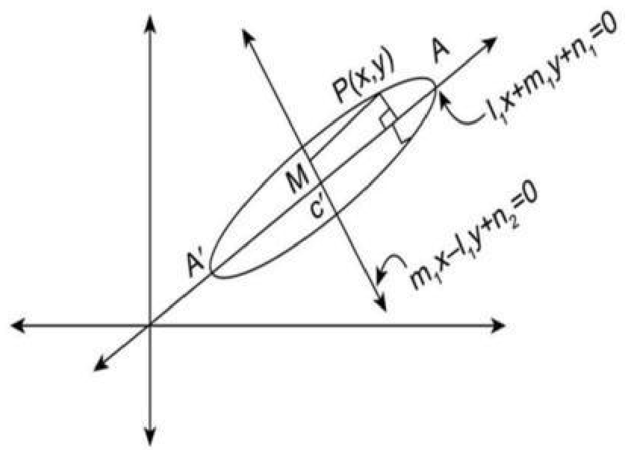
(5.9)

# MATERI

Dengan menyelesaikan solusi Persamaan 5.8 dan Persamaan 5.9 untuk $\alpha$ dan $\beta$, maka diperolehlah titik fokus $S$ dan $S^{J}$. Selanjutnya adalah garis direktrik. Misalkan $(x,\ y)$ adalah sebarang titik pada garis direktrik, maka jarak titiknya dari sumbu minor selalu $\frac{a}{e}$. Oleh karena itu, persamaan garis direktriknya adalah

$$\frac{(m_1\alpha - l_1\beta + n_2)}{\sqrt{{l_1}^2 + {m_1}^2}} = \pm\frac{a}{e}$$

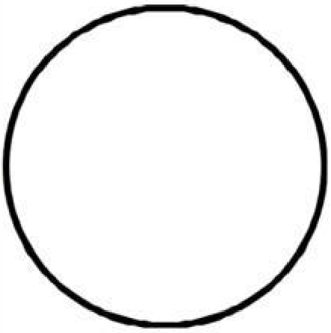
Dalam hal ini, persamaannya mengandung variabel $xy$ yaitu memiliki bentuk $ax^2 + by^2 + 2hxy + 2gx + 2fy + c = 0$

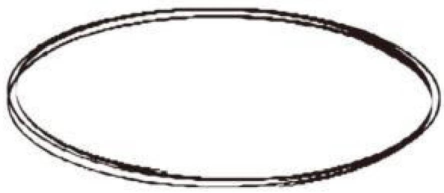



Gambar 5.7: Ilustrasi elips tak standar jenis ketiga

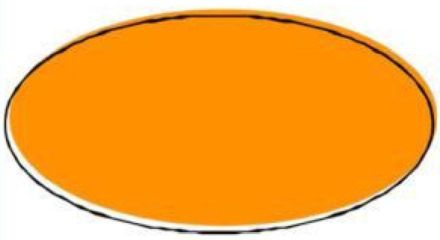
# LATIHAN SOAL

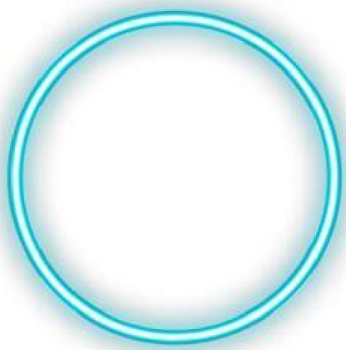
Beri tanda centang (v) dibawah gambar yang merupakan elips dan x pada gambar yang bukan elips





.....          .....





.....          .....

# LATIHAN SOAL

1. Tentukan titik puncak elips dari persamaan elips $16x^2 + 25y^2 = 400$

**Penyelesaian**

2. Tentukan panjang sumbu mayor dan sumbu minor dari persamaan elips $16x^2 + 25y^2 = 400$

**Penyelesaian**

# LATIHAN SOAL

3. Tentukan persamaan garis direktriks dari persamaan elips $16x^2 + 25y^2 = 400$

**Penyelesaian**

4. Tentukan persamaan sumbu mayor, sumbu minor, dan persamaan sumbu minor dari

**Penyelesaian**

# LATIHAN SOAL

5. Tentukan titik pusat, titik fokus, dan garis direktrik dari persamaan elips

$$4(x-3y+2)^2+9(3x+y+1)^2=54$$

**Penyelesaian**

Kesimpulan