



E-LKPD **MATRIKS**

MATEMATIKA SMA-XI



Nama :

Kelas :

LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK 2

Determinan dan Invers Matriks

TUJUAN PEMBELAJARAN

- Peserta didik mampu menyajikan model matematika dari suatu masalah nyata yang berkaitan dengan determinan matriks
- Peserta didik mampu menyajikan model matematika dari suatu masalah nyata yang berkaitan dengan invers matriks

Ringkasan Materi

A. Determinan Matriks berordo 2×2

Jika matriks $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$

Maka determinan matriks A adalah $\det(A) = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$



Contoh Soal:

Jika matriks $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ Tentukan determinan matriks A tersebut.

Jawab:

$$\det(A) = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = (\dots \times \dots) - (\dots \times \dots) = \dots - \dots = \dots$$



B. Invers Matriks berordo 2×2



Jika matriks $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$

Maka invers matriks A adalah $A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$

$$= \frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

Dengan syarat $\det(A) = ad - bc \neq 0$. Jika $\det(A) = 0$, maka matriks A tidak mempunyai invers.

Contoh Soal:

Jika matriks $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 10 & 3 \end{bmatrix}$ Tentukan Invers matriks A tersebut.

Jawab:



$$\begin{aligned} A^{-1} &= \frac{1}{\det(A)} \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{(\dots \times \dots) - (\dots \times \dots)} \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{\dots} \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix} \end{aligned}$$

C. Determinan Matriks berordo 3×3



Jika matriks $B = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$

Maka determinan matriks B adalah $\det(B) = |B| = \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} \begin{matrix} ab \\ de \\ gh \end{matrix}$

$$= aei + bfg + cdh - ceg - afh - bdi$$

Contoh Soal: $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \\ 1 & 5 & 4 \end{bmatrix}$ Tentukan determinan matriks B tersebut.

Jawab:

$$\begin{aligned} \text{Det}(B) = |B| &= \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \\ 1 & 5 & 4 \end{vmatrix} \\ &= (\dots \times \dots \times \dots) + (\dots \times \dots \times \dots) + (\dots \times \dots \times \dots) - (\dots \times \dots \times \dots) - (\dots \times \dots \times \dots) - (\dots \times \dots \times \dots) \\ &= \dots + \dots + \dots - \dots - \dots - \dots \\ &= \dots \end{aligned}$$



D. Invers Matriks berordo 3x3

Jika matriks $A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$



Adjoin matriks A dinotasikan $\text{Adj}(A)$, dengan $\text{Adj}(A) =$

$$\text{Adj}(A) = (\text{Kof}(A))^T$$

Maka invers matriks A adalah $A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \text{Adj}(A)$

Dengan $\det(A) = |A| = aei + bfg + cdh - ceg - afh - bdi$

$$\text{Adj } A = \begin{bmatrix} + \begin{vmatrix} e & f \\ h & i \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} b & c \\ h & i \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} b & c \\ e & f \end{vmatrix} \\ - \begin{vmatrix} d & f \\ g & i \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} a & c \\ g & i \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} a & c \\ d & f \end{vmatrix} \\ + \begin{vmatrix} d & e \\ g & h \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} a & b \\ g & h \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} a & b \\ d & e \end{vmatrix} \end{bmatrix}$$

Dengan syarat $\det(A) = ad - bc \neq 0$. Jika $\det(A) = 0$, maka matriks A tidak mempunyai invers.



Contoh Soal:

Jika matriks $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 8 & 7 \\ 1 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ Tentukan invers matriks A tersebut

Jawab:

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 8 & 7 \\ 1 & 5 & 6 \end{vmatrix}$$

$$\det A = 1 \cdot 8 \cdot 6 + 2 \cdot 7 \cdot 1 + 3 \cdot 2 \cdot 5 - 3 \cdot 8 \cdot 1 - 1 \cdot 7 \cdot 5 - 2 \cdot 2 \cdot 6 \\ = 48 + 14 + 30 - 24 - 35 - 24 = 9$$

$$\text{kof}(A) = ((-1)^{i+j} M_{ij})$$

$$\text{kof}(A) = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} \begin{vmatrix} 8 & 7 \\ 5 & 6 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 2 & 7 \\ 1 & 6 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 2 & 8 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} \\ -\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 6 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 6 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 8 & 7 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 7 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 8 \end{vmatrix} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 & -5 & 2 \\ 3 & 3 & -3 \\ -10 & -1 & 4 \end{pmatrix}$$

Oleh karena itu,

$$\text{adj}(A) = (\text{kof}(A))^T = \begin{pmatrix} 13 & 3 & -10 \\ -5 & 3 & -1 \\ 2 & -3 & 4 \end{pmatrix}$$

Jadi,

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \text{adj}(A) = \frac{1}{9} \begin{pmatrix} 13 & 3 & -10 \\ -5 & 3 & -1 \\ 2 & -3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{13}{9} & \frac{1}{3} & -\frac{10}{9} \\ -\frac{5}{9} & \frac{1}{3} & -\frac{1}{9} \\ \frac{2}{9} & -\frac{1}{3} & \frac{4}{9} \end{pmatrix}$$



LATIHAN SOAL

1. Perhatikan matriks-matriks dibawah ini, dan hitunglah nilai determinannya, kemudian pasangkanlah dengan garis (Join with Arrow) yang sesuai dengan nilai disebelah kanannya

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$$

11

$$B = \begin{bmatrix} -4 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$

7

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

-5

2. Letakkan (Drag And Drop) matriks yang sesuai dengan matriks inversnya.

MATRIKS	INVERS MATRIKS
$\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 7 & 2 \end{bmatrix}$	
$\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -4 \end{bmatrix}$	
$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$	
$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$	

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ \frac{5}{2} & \frac{-3}{2} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -7 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{5} \begin{bmatrix} 7 & -3 & 2 \\ -2 & 3 & -2 \\ -4 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} -1 & 4 & -5 \\ 2 & -2 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Untuk soal no 3-4, pilihlah jawaban yang paling tepat (Multiple Choice Exercises)

3. Diketahui matriks $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} -3 & -1 \\ -17 & 0 \end{bmatrix}$. Jika

$AX = B + A^T$, maka determinan matriks $X = \dots$

☐ A. -5

☐ C. 1

☐ E. 8

☐ B. -1

☐ D. 5

4. Diketahui matriks $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ dan matriks $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$.

Matriks $(A \cdot B)^{-1}$ adalah...

☐ A. $\frac{1}{3} \begin{bmatrix} -1 & 7 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$

☐ C. $\frac{1}{3} \begin{bmatrix} 4 & -7 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$

☐ E. $\frac{1}{3} \begin{bmatrix} -8 & -1 \\ -5 & 1 \end{bmatrix}$

☐ B. $\frac{1}{3} \begin{bmatrix} -1 & -7 \\ 1 & 7 \end{bmatrix}$

☐ D. $\frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$

