



LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK

Mata Pelajaran : Matematika Lanjut

Materi : Proyeksi Orthogonal

Kelas / Semester : XI / 4

Tahun ajaran : 2023 / 2024

Kelompok :

Nama Anggota :

1.

2.

3.

4.

5.

A. Petunjuk Belajar

1. Amatilah masalah yang disajikan pada lembar LKPD ini.
2. Diskusikan bersama kelompokmu dengan cermat dan benar terkait semua hal yang dicantumkan dalam LKPD
3. Presentasikan hasil pekerjaan dan tugas kelompok yang diberikan gurumu di depan kelas.

B. Tujuan Pembelajaran

Dengan menggunakan pendekatan TPACK dengan model pembelajaran Problem Based Learning (PBL) yang dipadukan dengan metode diskusi, tanya jawab dan ceramah yang berbantuan LKPD, peserta didik diharapkan memiliki sikap (a) beriman, bertakwa kepada Tuhan YME, (b) bergotong royong, (c) mandiri, serta dapat siswa dapat menghitung proyeksi ortogonal suatu vektor pada vektor lain dengan tepat serta memiliki kemampuan literasi teknologi komunikasi melalui google form.

C. Informasi Pendukung (Ringkasan Materi)

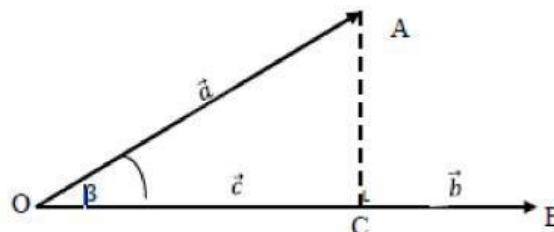
Proyeksi Ortogonal Suatu Vektor pada Vektor Lain

Selain menentukan besar sudut antara dua vektor, salah satu kegunaan dari Perkalian skalar dua vektor adalah untuk menentukan proyeksi ortogonal dari suatu vektor pada vektor lain.

a) Proyeksi Skalar Ortogonal $\vec{a}$ pada $\vec{b}$

Proyeksi skalar ortogonal biasanya disingkat dengan proyeksi skalar dan hasilnya berupa bilangan real (bisa bilangan negatif, nol, atau bilangan positif). Proyeksi skalar ortogonal $\vec{a}$ searah dengan $\vec{b}$ sebagai landasan proyeksinya. Misalkan proyeksi $\vec{OA}$ pada $\vec{OB}$ adalah $\vec{OC}$.

Perhatikan gambar berikut!



Gambar 4.4 Proyeksi skalar ortogonal

$||\vec{OC}|| = ||\vec{c}||$ disebut proyeksi skalar orthogonal $\vec{a}$ pada $\vec{b}$. Perhatikan segitiga AOB di atas.

$$\begin{aligned}\cos \beta &= \frac{|\overrightarrow{OC}|}{|\overrightarrow{OA}|} \rightarrow |\overrightarrow{OC}| = |\overrightarrow{OA}| \cos \beta \\ &= |\vec{a}| \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} \\ &= \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|}\end{aligned}$$

Jadi, proyeksi skalar orthogonal vektor $\vec{a}$ pada $\vec{b}$ adalah $|\overrightarrow{OC}| = |\vec{c}| = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|}$

b) Panjang Proyeksi Vektor Ortogonal $\vec{a}$ pada $\vec{b}$

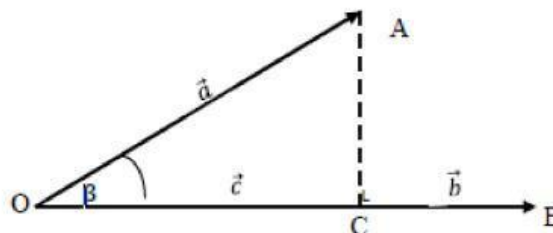
Panjang proyeksi vektor orthogonal $\vec{a}$ pada $\vec{b}$ ditulis sebagai $|\vec{a}_b|$ merupakan nilai mutlak dari proyeksi skalar orthogonal $\vec{a}$ pada $\vec{b}$, sehingga dapat ditulis menjadi:

$$|\vec{a}_b| = \left| \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|} \right|$$

Panjang proyeksi vektor orthogonal $\vec{a}$ pada $\vec{b}$ selalu berupa bilangan *real positif*.

c) Proyeksi Vektor Ortogonal $\vec{a}$ pada $\vec{b}$

Coba perhatikan kembali gambar berikut!



Gambar 4.4 Proyeksi skalar orthogonal

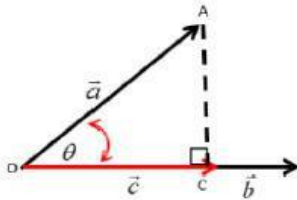
Vektor $\vec{c}$ searah vektor $\vec{b}$, ini berarti vektor satuan $\vec{c}$ sama dengan vektor satuan $\vec{b}$, yaitu $\frac{\vec{b}}{|\vec{b}|}$ sehingga:

$$\begin{aligned}\vec{c} &= \text{proyeksi skalar} \cdot \text{vektor satuan } \vec{b} \\ \vec{c} &= \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|} \cdot \frac{\vec{b}}{|\vec{b}|} \text{ atau } \vec{c} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2} \cdot \vec{b}\end{aligned}$$

Jadi, proyeksi vektor a pada b adalah $\vec{c} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2} \cdot \vec{b}$ dan berupa vektor.

PROYEKSI SKALAR ORTOGONAL

Bagaimana menentukan proyeksi skalar ortogonal?



Misalkan $\vec{c}$ adalah hasil proyeksi vektor $\vec{a}$ pada vektor $\vec{b}$, maka $\vec{c}$ terletak pada $\vec{b}$, Seperti tampak pada gambar di atas. Jika θ adalah sudut antara vektor $\vec{a}$ dan $\vec{b}$ maka:

$$\begin{aligned}\cos \theta &= \frac{|\overrightarrow{OC}|}{|\overrightarrow{OA}|} \rightarrow |\overrightarrow{OC}| = |\overrightarrow{OA}| \cos \theta \\ &= |\vec{a}| \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} \\ &= \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|}\end{aligned}$$

Ayo Berlatih 1

Tentukan proyeksi skalar vektor $\vec{p} = \hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}$ pada $\vec{q} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + 6\hat{k}$!

Jawab :

$$\text{Diketahui : } \vec{p} = \hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{bmatrix} \text{ dan } \vec{q} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + 6\hat{k} = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \\ 6 \end{bmatrix}$$

$$|\vec{q}| = \sqrt{3^2 + (-2)^2 + 6^2}$$

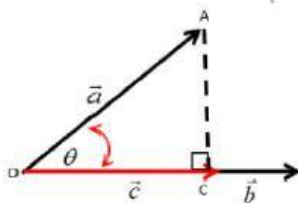
$$|\vec{q}| = \dots$$

$$\vec{p} \cdot \vec{q} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \\ 6 \end{bmatrix} = \dots + \dots + \dots = \dots$$

$$\text{Proyeksi skalar vektor } \vec{p} \text{ pada } \vec{q} = \frac{\vec{p} \cdot \vec{q}}{|\vec{q}|} = \frac{\dots}{\dots}$$

PANJANG PROYEKSI VEKTOR ORTOGONAL

Bagaimana menentukan panjang proyeksi vektor ortogonal?



Misalkan $\vec{c}$ adalah hasil proyeksi vektor $\vec{a}$ pada vektor $\vec{b}$, maka $\vec{c}$ terletak pada $\vec{b}$, Seperti tampak pada gambar di atas. Jika θ adalah sudut antara vektor $\vec{a}$ dan $\vec{b}$ maka:

$$|\overrightarrow{OC}| = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|} \dots\dots\dots (1)$$

Panjang proyeksi vektor ortogonal merupakan nilai mutlak dari proyeksi skalar ortogonal $\vec{a}$ pada $\vec{b}$, sehingga dapat ditulis menjadi:

$$|\vec{c}| = \left| \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|} \right| \dots\dots\dots (2)$$

Ayo Berlatih 2

1. Diketahui titik $A = (-2, 3, -4)$, $B = (3, 2, 5)$, $C = (1, -2, 1)$ dan $D = (3, 2, -5)$. Hitunglah panjang proyeksi vektor ortogonal $\overrightarrow{AB}$ pada $\overrightarrow{CD}$!

Jawab :

Diketahui : $A = (-2, 3, -4)$, $B = (3, 2, 5)$, $C = (1, -2, 1)$ dan $D = (3, 2, -5)$

$$\overrightarrow{AB} = \begin{bmatrix} 3 & - & (-2) \\ 2 & - & 3 \\ 5 & - & (-4) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{bmatrix} \text{ dan } \overrightarrow{CD} = \begin{bmatrix} 3 & - & 1 \\ 2 & - & (-2) \\ -5 & - & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{bmatrix}$$

$$|\overrightarrow{CD}| = \sqrt{2^2 + 4^2 + (-4)^2} = \dots$$

$$\text{Panjang proyeksi vektor ortogonal } \overrightarrow{AB} \text{ pada } \overrightarrow{CD} = \frac{|\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}|}{|\overrightarrow{CD}|}$$

$$= \left| \frac{\dots + \dots + \dots}{6} \right|$$

$$= \left| \frac{\dots + \dots + \dots}{\dots} \right|$$

$$= \left| \frac{\dots}{\dots} \right|$$

$$= \frac{\dots}{\dots}$$

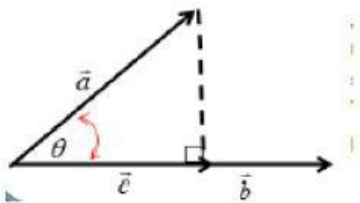
$$= \dots$$

KEGIATAN BELAJAR 3

VEKTOR PROYEKSI ORTOGONAL

Setelah memahami tentang proyeksi, mari kita pelajari proyeksi ortogonal suatu vektor pada vektor lain.

Amati gambar di bawah ini, kemudian jawab pertanyaan berikut!



Jika vektor $\vec{a}$ diproyeksikan pada vektor $\vec{b}$, maka hasilnya adalah sebuah vektor yang segaris dengan vektor $\vec{b}$.

Vektor $\vec{c}$ adalah proyeksi ortogonal vektor $\vec{a}$ pada vektor $\vec{b}$.

Ayo Berlatih 3

Tentukan proyeksi ortogonal $\vec{a} = 5\hat{i} + 6\hat{j} - \hat{k}$ pada $\vec{b} = 2\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$

Jawaban :

Diketahui $\vec{a} = 5\hat{i} + 6\hat{j} - \hat{k} = \begin{bmatrix} 5 \\ 6 \\ -1 \end{bmatrix}$ dan $\vec{b} = 2\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}$

$$\vec{c} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2} \vec{b} = \frac{\begin{bmatrix} 5 \\ 6 \\ -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}}{(\sqrt{2^2 + 1^2 + (-2)^2})^2} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{5 \cdot 2 + 6 \cdot 1 + (-1) \cdot (-2)}{(\sqrt{2^2 + 1^2 + (-2)^2})^2} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{15}{3} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix} = 5 \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix} = 10\hat{i} + 5\hat{j} - 10\hat{k}$$