



“INTEGRAL INDIFINIDA”

BACHILLERATO GENERAL OFICIAL:
DAVID ALFARO SIQUEIROS

ASIGNATURA: CALCULO INTEGRAL

NOMBRE DEL DOCENTE: MTRO.
ABISAI ORDUÑA MARTÍNEZ

NOMBRE DEL ALUMNO: SHARON
JOCELYN FERNÁNDEZ HERNÁNDEZ,
TERESA CORTES PÉREZ

GRADO: 1 GRUPO: “A”

SEMESTRE: QUINTO

BLOQUE: 1

Integración por partes

integración por partes es el proceso que encuentra la integral de un producto de funciones en términos de la integral de sus derivadas y antiderivadas.

La fórmula de la integración por partes es

$$\int u(x)v'(x)dx = u(x)v(x) - \int v(x)u'(x)dx$$

Ejemplos:

Ejercicio 1:

$$\int x \sin x dx$$

Tenemos un producto entre la función $\sin x$ y x en este tipo de casos se elige $u(x) = x$
y $v'(x) = \sin x$

Derivamos

$$u(x)$$

$$u(x) = x \longrightarrow u'(x) = 1$$

Integramos

$$v'(x)$$

$$v'(x) = \sin x \longrightarrow v(x) = -\cos x$$

De manera que la integral nos queda

$$\begin{aligned}\int x \sin x dx &= -x \cos x - \int -\cos x \cdot 1 dx \\ &= -x \cos x + \int \cos x dx \\ &= -x \cos x + \sin x + C\end{aligned}$$

Así

$$\int x \sin x dx = -x \cos x + \sin x + C$$

Ejercicio 2:

$$\int x e^x dx$$

Tenemos un producto entre la función e^x y x en este tipo de casos se elige $u(x) = x$ y $v'(x) = e^x$

Derivamos

$$u(x)$$

$$u(x) = x \longrightarrow u'(x) = 1$$

Integramos

$$v'(x)$$

$$v'(x) = e^x \longrightarrow v(x) = e^x$$

De manera que la integral nos queda

$$\begin{aligned}\int x e^x dx &= x e^x - \int e^x \cdot 1 dx \\ &= x e^x - \int e^x dx \\ &= x e^x - e^x + C \\ &= (x - 1)e^x + C\end{aligned}$$

Así

$$\int x e^x dx = (x - 1)e^x + C$$

Ejercicio 3:

$$\int x^2 \ln x dx$$

Como en los casos anteriores tenemos un producto entre la función $\ln x$ y x^2 en general ambas funciones se suelen tomar

como

$$u(x)$$

sin embargo, en este tipo de casos el algoritmo toma preferencia y se elige $u(x) = \ln x$

$$\text{y } v'(x) = x^2$$

derivamos

$$u(x)$$

$$u(x) = \ln x \longrightarrow u'(x) = \frac{1}{x}$$

Integramos

$$v'(x)$$

$$v'(x) = x^2 \longrightarrow v(x) = \frac{1}{3}x^3$$

De manera que la integral nos queda

$$\begin{aligned}\int x^2 \ln x dx &= \frac{1}{3}x^3 \ln x - \int \frac{1}{3}x^3 \cdot \frac{1}{x} dx \\ &= \frac{1}{3}x^3 \ln x - \frac{1}{3} \int x^2 dx \\ &= \frac{1}{3}x^3 \ln x - \frac{1}{9}x^3 + C \\ &= \frac{1}{3}x^3 \left(\ln x - \frac{1}{3} \right) + C\end{aligned}$$

Así

$$\int x^2 \ln x dx = \frac{1}{3}x^3 \left(\ln x - \frac{1}{3} \right) + C$$

Ejercicio 4:

$$\int \frac{\ln x}{x^3} dx$$

Existe un producto entre la función $\ln x$ y $1/x^3$

de nuevo en este tipo de casos se elige $u(x) = \ln x$ $v'(x) = 1/x^3$ la función siempre se elige como $u(x)$

derivamos

$$u(x)$$

$$u(x) = \ln x \longrightarrow u'(x) = \frac{1}{x}$$

Integramos

$$v'(x)$$

$$v'(x) = \frac{1}{x^3} = x^{-3} \longrightarrow v(x) = -\frac{1}{2}x^{-2} = -\frac{1}{2x^2}$$

De manera que la integral nos queda

$$\begin{aligned}\int \frac{\ln x}{x^3} dx &= -\frac{\ln x}{2x^2} - \int -\frac{1}{2x^2} \cdot \frac{1}{x} dx \\ &= -\frac{\ln x}{2x^2} + \frac{1}{2} \int \frac{dx}{x^3} \\ &= -\frac{\ln x}{2x^2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2x^2} + C \\ &= -\left(\ln x + \frac{1}{2}\right) \frac{1}{2x^2} + C\end{aligned}$$

Así

$$\int \frac{\ln x}{x^3} dx = -\left(\ln x + \frac{1}{2}\right) \frac{1}{2x^2} + C$$

Ejercicio 5:

$$\int x(x+1)^{1/3} dx$$

Elegimos $u = x$, $v' = (x+1)^{1/3}$ y calculamos u' y v

$$u = x \xrightarrow{\text{derivar}} u' = 1$$

$$v' = (x + 1)^{1/3} \xrightarrow{\text{integrar}} v = \frac{3}{4}(x + 1)^{4/3}$$

Sustituimos los valores de u' y v en la fórmula de integración por partes

$$\begin{aligned} \int x(x + 1)^{1/3} dx &= \frac{3}{4}x(x + 1)^{4/3} - \int \frac{3}{4}(x + 1)^{4/3} dx \\ &= \frac{3}{4}x(x + 1)^{4/3} - \frac{3}{4} \int (x + 1)^{4/3} dx \\ &= \frac{3}{4}x(x + 1)^{4/3} - \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{7}(x + 1)^{7/3} + C \\ &= \frac{3}{4}(x + 1)^{4/3} \left(x - \frac{3}{7}(x + 1) \right) + C \\ &= \frac{3}{28}(x + 1)^{4/3}(4x - 3) + C \end{aligned}$$

Ejercicios a resolver

$$\int x^3 \ln(x^2) dx$$

$$\int x \operatorname{sen} x dx$$

$$\int \ln x dx$$