OLIMPIADA NAȚIONALĂ GAZETA MATEMATICĂ

Subiect pentru clasa a VI-a
Galați, 20 februarie 2021
Etapa I

Timp de lucru:120 minue
Fiecare problemă se punctează cu 1 punct.

Alegeți varianta corectă de răspuns.

1. Determinați numerele naturale $\overline{brad}$ cu proprietatea că micșorând $\overline{brad}$ cu 11 obținem un număr divizibil cu 43 și micșorând $\overline{brad}$ cu 15 obținem un număr divizibil cu 47 și, apoi, calculați suma *S* a tuturor numerelor $\overline{brad}$ determinate. Suma *S* este egală cu:

A) 31884 **B)** 18792 **C)** 20082 **D)** 24622

2. Notând cu *s(n)* suma cifrelor numărului natural *n*, determinați $s(20^{15})$.

A) 134 **B)** 26 **C)** 18 **D)** 32

3. Determinați numerele naturale nenule *a* și *b* pentru care

$$(a, b) + [a, b] = 2021 \text{ și } a \leq b,$$

unde cu (a, b) și $[a, b]$ am cel mai mare divizor comun, respectiv cel mai mic multiplu comun al numerelor *a* și *b*. Câte soluții are problema?

A) 12 **B)** 4 **C)** 10 **D)** 6

4. Determinați diferența numerelor *a* și *b*, știind că numerele *a, b, c, d* sunt direct proporționale cu numerele 0,25; 0,2; 0,1(6); 0,125 și $a + b + c + d = 623$.

A) 78 **B)** 42 **C)** 52 **D)** 47

5. Se consideră mulțimile
$A = \{3x - 1;\ 2x + 1;\ 4x + 2\}$ și $B = \{x + 1;\ x + 2;\ 2x + 4\}$,
unde x este un număr natural. Determinați valoarea lui x pentru care $A=B$ și, apoi, calculați suma S a cifrelor numărului x^3.
Suma S este egală cu:

A) 3 **B)** 1 **C)** 12 **D)** 15

6. Calculați suma elementelor mulțimii X, știind că mulțimile X și Y îndeplinesc simultan condițiile:
i) $X \cap Y = \{4; 5\}$
ii) $X \cup Y = \{1;\ 2;\ 3;\ 4;\ 5;\ 6\}$
iii) $\{1;\ 2;\ 6\} - X = \phi$

A) 13 **B)** 7 **C)** 9 **D)** 18

7. Se consideră unghiul $\sphericalangle AOB$, semidreptele OM_1, OM_2, OM_3, OM_4 sunt bisectoarele unghiurilor $\sphericalangle AOB, \sphericalangle M_1OB, \sphericalangle M_2OB$, respectiv $\sphericalangle M_3OB$. Dacă $\sphericalangle M_2OM_4 = 33°\ 18'$, să se determine măsura unghiului $\sphericalangle AOB$.

A) $112°\ 30'$ **B)** $177°\ 36'$ **C)** $144°\ 36'$ **D)** $128°\ 48'$

8. Dacă $\sphericalangle AOB = 85°\ 37'\ 40''$ și OM bisectoarea unghiului $\sphericalangle AOB$. Dacă $\sphericalangle AOM = \overline{ab}°\ \overline{cd}'\ \overline{ef}''$, atunci suma $\overline{ab} + \overline{cd} + \overline{ef}$ este egală cu:

A) 140 **B)** 154 **C)** 137 **D)** 120

9. Două unghiuri adiacente complementare au raportul măsurilor lor 0,(6). Determinați măsura unghiului determinat de latura comună a celor două unghiuri și bisectoarea unghiului a cărui laturi sunt bisectoarele unghiurilor adiacente complementare.

A) 15° **B)** $15°\ 30'$ **C)** $4°\ 30'$ **D)** $7°\ 30'$

10. Un unghi $\sphericalangle AOB$ are proprietatea că măsura suplementului său este de 7 ori mai mare decât măsura complementului său.
Dacă $\sphericalangle AOB = \overline{ab}°$, atunci suma $a + b$ este egală cu:

A) 0 **B)** 12 **C)** 10 **D)** 13

11. Câte fracții de forma $\frac{\overline{2a5b}}{\overline{x23y}}$ se simplifică cu 15?

A) 42 **B)** 49 **C)** 36 **D)** 13

12. Determinați câte numere naturale cuprinse între 850 și 4200 au proprietatea că împărțite la 28, 35, 40, 42 dau de fiecare dată restul 11.

A) 6 **B)** 5 **C)** 3 **D)** 4

13. Dacă x, y, z sunt numere naturale astfel încât

$$\frac{x}{x+3} = \frac{y}{y+7} = \frac{z}{z+11} \text{ și } x^2 + y^2 + z^2 = 179, \text{ atunci calculați } x + y + z.$$

A) 18 **B)** 25 **C)** 11 **D)** 21

14. Pe segmentul OA se consideră punctele $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{2020}$ astfel încât $OA_1 = \frac{1}{2} \cdot OA,\ OA_2 = \frac{1}{6} \cdot OA,\ OA_3 = \frac{1}{12} \cdot OA, \dots, OA_{2020} = \frac{1}{2020 \cdot 2021} \cdot OA.$
Știind că $OA_1 + OA_2 + OA_3 + \dots + OA_{2020} = 2020$, să se determine lungimea segmentului OA.

A) 2021 **B)** 1 **C)** 2020 **D)** 1000

15. Pe un cerc se consideră punctele distincte $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{n-1}, A_n$, care determină arcele de cerc $\widehat{A_1A_2} = x°$, $\widehat{A_2A_3} = 2x°$, $\widehat{A_3A_4} = 3x°$ și așa mai departe, al n-lea arc având măsura de 120°, unde n și x sunt numere naturale nenule.
Să se determine suma $n + x$.

A) 18 **B)** 21 **C)** 42 **D)** 29

16. Cel mai mare divizor comun al numerelor naturale 408, 840 și 1608 este egal cu:

A) 36 **B)** 12 **C)** 24 **D)** 48

17. Dacă $\frac{x+1}{x-3} = \frac{5}{3}$, atunci ultima cifră a numărului natural x^{2021} este egală cu:

A) 1 **B)** 9 **C)** 4 **D)** 3

18. Raportul a două numere naturale este egal cu $\frac{3}{4}$. Știind că numărul mai mare este 40, atunci numărul mai mic este egal cu:

A) 30 **B)** 10 **C)** 40 **D)** 24

19. Pe o insulă trăiesc numai arici, șerpi și vulpi. Fiecare animal mănâncă o dată pe zi, astfel încât: orice arici mănâncă la micul dejun câte un șarpe, orice vulpe mănâncă la prânz câte un arici, iar orice șarpe mănâncă la cină câte o vulpe. La sfârșitul zilei de joi, pe insulă rămâne un singur animal. Câte animale erau pe insulă luni, înainte de micul dejun?

A) 78 **B)** 118 **C)** 41 **D)** 129

20. Se consideră cercurile $\mathcal{C}_1(O_1, r_1)$ și $\mathcal{C}_2(O_2, r_2)$ cu $r_1 = 3\ cm, r_2 = 11\ cm$ și $O_1O_2 = 3x + 2\ cm$. Să se determine $x \in \mathbb{N}$ pentru care cercurile sunt tangente interioare.

A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 4

Problemele au fost selectate de profesorii

***Romeo Zamfir** de la Colegiul Național ''Vasile Alecsandri'' din Galați*
și
***Iulian Știubianu** de la Colegiul Național ''Alexandru Ioan Cuza'' din Galați.*