

Kegiatan 2

BARISAN & DERET ARITMATIKA

Indikator

Setelah mempelajari kegiatan pembelajaran 2 siswa diharapkan dapat:

1. Memahami barisan aritmatika
2. Menemukan unsur ke-n suatu barisan aritmatika
3. Memahami deret aritmatika
4. Menentukan jumlah n suku pertama deret aritmatika

AKTIVITAS

Konsep barisan dan deret aritmatika banyak diterapkan dalam kehidupan sehari-hari. Pada gambar 2.2.1 merupakan beberapa contoh penerapan konsep barisan dan deret aritmatika. Yaitu, kursi rapat, display swalayan, aturan hari pada kalendern dan lainnya.



Gambar 2.5 Ilustrasi Barisan dalam Kehidupan Sehari-Hari



Gambar 2.6 Ilustrasi Bersepeda

Nizar ingin membeli sebuah sepeda ditunjukkan pada gambar 2.6 seharga Rp 1.800.000. Saat membuka celengan Nizar memiliki uang sebesar Rp1.350.000. Karena uang yang dimiliki Nizar kurang, kemudian Nizar menargetkan menabung kembali setiap harinya sebesar Rp10.000. Maka perlu berapa hari Nizar harus mengumpulkan uang untuk dapat membeli sepeda? Marilah kita bersama-sama belajar barisan dan deret untuk dapat membantu Nizar.

A. Barisan Aritmatika

Barisan aritmatika adalah suatu urutan bilangan yang memiliki selisih yang sama untuk setiap dua suku berurutan. Jika selisih dua suku yang berurutan disebut (b) maka diperoleh:

$$b = U_2 - U_1$$

$$b = U_3 - U_2$$

$$b = U_4 - U_3$$

dan seterusnya

Jadi, rumus mencari beda adalah

$$b = U_n - U_{(n-1)}$$

Jika suku pertama = a, dan beda = b. Maka secara umum barisan aritmatika tersebut adalah:

$$U_1 = a$$

$$U_2 = a + b$$

$$U_3 = a + 2b$$

dan seterusnya

Jadi, rumus suku ke-n barisan aritmatika adalah

$$U_n = a + (n - 1)b$$

B. Deret Aritmatika

Deret aritmatika adalah barisan jumlah n suku pertama barisan aritmatika,

$$s_1, s_2, s_3, \dots, s_{(n-1)}, s_n \text{ dengan } s_n = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{(n-1)} + u_n$$

Untuk menentukan jumlah n suku pertama, ditentukan rumus berikut:

$$s_n = a + (a + b) + (a + 2b) + \dots + (a + (n - 1)b) \quad \dots\dots\dots(1)$$

Persamaan (1) diubah menjadi

$$s_n = (a + (n - 1)b) + \dots + (a + 2b) + (a + b) + a \quad \dots\dots\dots(2)$$

Dengan menjumlahkan persamaan (1) dan (2), diperoleh:

$$2s_n = 2a + (n - 1)b + 2a + (n - 1)b + 2a + (n - 1)b + \dots + 2a + (n - 1)b$$

$$2S_n = n(2a + (n - 1)b)$$

$$S_n = \frac{n}{2} (2a + (n - 1)b)$$

Jadi, rumus deret aritmatika adalah

$$S_n = \frac{n}{2} (2a + (n - 1)b)$$

Keterangan :

Un = Suku ke-n baris aritmatika

Sn = Jumlah n suku pertama deret aritmatika

a = suku pertama

b = beda

n = banyaknya suku

Contoh 1

Pada bulan Mei Ridwan rutin mengikuti les berenang. Pada les hari ke-3 Ridwan renang pada tanggal 8 dan les pada hari ke-10 pada tanggal 29. Maka pada tanggal berapa Ridwan memulai les berenang?

Penyelesaian:

1. Memahami masalah

Dapat diketahui $U_{10} = 29$, $U_3 = 8$, dan les berenang dilakukan pada bulan Mei

Ditanyakan awal memulai les, dengan artian mencari suku pertama

2. Membuat rencana penyelesaian

Dari $U_{10} = \dots$, $U_3 = \dots$ akan dicari nilai a dan b dengan menggunakan rumus $U_n = a + (n - 1)b$ dan SPLDV kemudian mensubstitusikannya ke U_1

3. Melaksanakan penyelesaian

$$U_n = \dots + (\dots - \dots) \dots$$

Dari suku ke-10, kita dapat peroleh:

$$U_{10} = a + (10 - 1)b = 29$$

$$U_{10} = a + 9b = 29 \dots\dots\dots (1)$$

Dari suku ke-3 kita dapat peroleh:

$$U_3 = a + (3 - 1)b = 8$$

$$U_3 = a + 2b = 8 \dots\dots\dots (2)$$

Eliminasi persamaan (1) dan (2), maka diperoleh:

$$7b = 21$$

$$b = 3$$

Substitusi nilai b ke $U_3 = a + 2b$

$$U_3 = a + 2b$$

$$U_3 = a + 2(\dots) = 8$$

$$a = 8 - 6$$

$$a = 2$$

Dapat ditemukan nilai $a = 2$ dan $b = 3$

Karena $U_1 = a$, maka $U_1 = 2$

4. Mengecek kembali dan kesimpulan

Karena bedanya adalah 3, maka barisannya sebagai berikut 2, 5, 8,

Karena U_3 sama dengan soal dengan nilai 8, maka dapat disimpulkan Ridwan memulai les berenang pada tanggal 2.

Contoh 2



Gambar 2.7 Keranjang Anyaman Bambu

Gambar 2.7 menunjukkan hasil produksi sebuah usaha rumahan pengrajin anyaman bambu telah berdiri selama 1 tahun. Pada bulan pertama dapat memproduksi 500 keranjang. Berkat iklan yang dipajang, usaha tersebut setiap bulan rata-rata produksinya bertambah 150 keranjang. Berapa banyak keranjang yang berhasil diproduksi selama enam bulan terakhir?

Penyelesaian:

1. Memahami masalah

Diketahui : $a = 500$ dan $b = 150$

Ditanyakan: $S_{12} - S_6$

2. Membuat rencana penyelesaian

Mencari nilai S_6 dan S_{12} dengan rumus $S_n = \frac{n}{2} (\dots + (\dots - \dots)b)$

3. Melaksanakan penyelesaian

Mencari S_{12}

$$S_{12} = \frac{12}{2} (2 \times 500 + (12 - 1)150)$$

$$S_{12} = 6(2 \times 500 + 11 \times 150)$$

$$S_{12} = 6(1.000 + 1.650)$$

$$S_{12} = 6(2.650)$$

$$S_{12} = 15.900$$

Mencari nilai S_6

$$S_6 = \frac{\dots}{2} (\dots \times \dots + (\dots - \dots) \dots)$$

$$S_6 = \dots (\dots \times \dots + \dots \times \dots)$$

$$S_6 = \dots (\dots + \dots)$$

$$S_6 = \dots (\dots)$$

$$S_6 = \dots$$

Mencari nilai $S_{12} - S_6 = \dots - \dots = \dots$

4. Mengecek Kembali dan Kesimpulan

Setelah melakukan pengecekan kembali dapat disimpulkan jumlah produksi selama 6 bulan terakhir mampu menghasilkan 10.650 buah keranjang.

Contoh Penerapan dalam Kehidupan



Source : qaMZ0dSXRO8

Vidio 1 Penerapan Barisan dan Deret Aritmatika



Sejauh ini, apakah kalian sudah paham?
Jika belum, silahkan bertanya kepada guru kalian!

Jika sudah paham, silahkan kerjakan soal di bawah ini!

Tugas

1. Gubernur Sumut akan mengadakan tarian masal untuk mencetak rekor MURI pada hari guru 25 November 2025. Rencananya akan dibuat 100 baris penari, dengan ketentuan baris paling depan terdapat satu orang penari, kemudian baris selanjutnya akan selalu bertambah 2 dari baris depannya. Saat ini, jumlah pendaftar untuk mengikuti ajang menari telah memenuhi sampai pada baris ke-60. Berapa kuota penari lagi kah yang tersedia untuk pendaftar baru agar dapat memenuhi 100 baris penari dan sesuai dengan rancangan awal gubernur Sumatera Utara tersebut?

Penyelesaian:

2. Suatu perusahaan minuman kaleng pada bulan Januari 2022 memproduksi 40.000 minuman kaleng. Setiap bulan perusahaan tersebut menaikkan produksinya secara tetap sebanyak 250 kaleng. Berapa banyak minuman kaleng yang diproduksi perusahaan sampai akhir bulan Juni 2023?

Penyelesaian:

3. Kamil dan Sonjaya menghitung banyaknya bilangan bulat antara 1 dan 1000 yang habis dibagi 5. Kamil menjawab 200 dan Sonjaya menjawab 199. Jawaban siapakah yang benar? Jelaskan alasannya!

Penyelesaian:

Rangkuman

Jodohkanlah pasangan berikut dengan benar!

Pengertian barisan aritmatika

$$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n - 1)b)$$

Pengertian deret aritmatika

Suatu urutan bilangan yang memiliki selisih atau beda

Rumus suku ke-n barisan aritmatika

Jumlah dari suku-suku barisan aritmatika

Rumus suku ke-n deret aritmatika

$$U_n = a + (n - 1)b$$