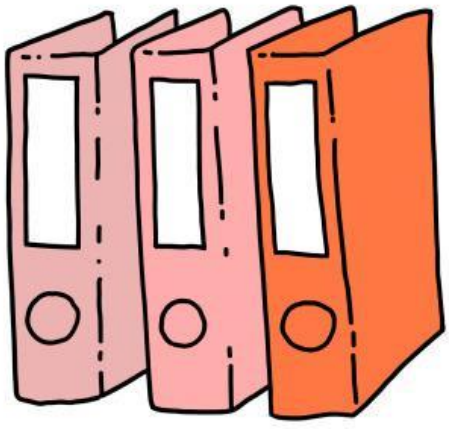
MATEMATIKA
Kelas VIII

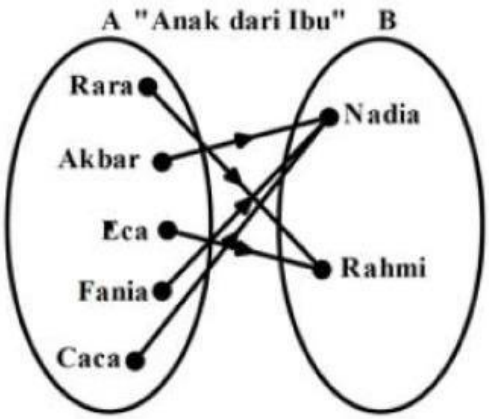
Bahan Ajar
FUNGSI



LIVEWORKSHEETS

Pengertian Fungsi

Setelah kita bahas relasi dua himpunan, sekarang marilah kita belajar bersama tentang fungsi. Fungsi atau pemetaan pada dasarnya sama dengan relasi, hanya sedikit harus ada perlakuan khusus untuk fungsi.
Untuk lebih jelasnya marilah kita lihat contoh berikut.



Pada diagram panah di atas, ada dua himpunan yaitu himpunan A dan B. Himpunan A adalah himpunan nama anak dan B adalah himpunan nama ibu, dapat diartikan Akbar anak dari Nadia, Eca anak dari Rahmi dst. Setiap anak dari himpunan A dipasangkan dengan tepat hanya satu dengan seorang ibu dari himpunan B. Tidak ada satu anak dari himpunan A dipasangkan dengan dua ibu atau tidak mempunyai ibu dari himpunan B. Inilah perlakuan khusus itu.

Fungsi atau pemetaan dari himpunan A ke himpunan B adalah **relasi khusus yang menghubungkan/memasangkan setiap anggota himpunan A ke tepat satu anggota himpunan B**.

Sehingga, ciri-ciri fungsi adalah :

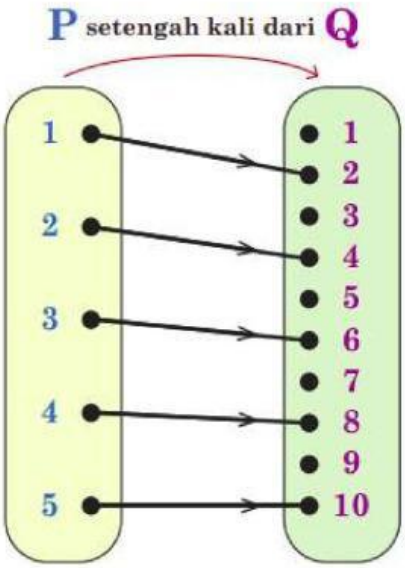
- Anggota A memiliki pasangan semua
- Anggota A pasangannya harus satu

LIVEWORKSHEETS

Menyajikan Fungsi

Cara Pertama : **Diagram Panah**

Misalkan suatu fungsi f dihubungkan dari himpunan P ke Q dengan anggota masing-masing P = {1, 2, 3, 4, 5} dan Q = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}. Apabila "setengah kali dari" adalah relasi yang ditentukan, maka diagram berikut ini merupakan cara yang dapat digunakan untuk hubungan tersebut.



Cara Kedua : **Himpunan Pasangan Berurutan**

Misalkan suatu fungsi f dihubungkan dari himpunan P ke Q dengan anggota masing-masing P = {1, 2, 3, 4, 5} dan Q = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}. Apabila "setengah kali dari" adalah relasi yang ditentukan, maka himpunan pasangan berikut ini merupakan cara yang dapat digunakan untuk hubungan tersebut.

$f = \{(1,2);(2,4);(3,6);(4,8);(5,10)\}$

LIVEWORKSHEETS

Cara Pertama : **Persamaan Fungsi**

Misalkan suatu fungsi f dihubungkan dari himpunan P ke Q dengan anggota masing-masing P = {1, 2, 3, 4, 5} dan Q = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}. Apabila "setengah kali dari" adalah relasi yang ditentukan, maka rumus fungsi berikut ini merupakan cara yang dapat digunakan untuk hubungan tersebut.
Perhatikan pola berikut untuk direpresentasikan dengan menggunakan rumus fungsi. Himpunan pasangan berurutan dari {(1, 2); (2, 4); (3, 6); (4, 8); (5, 10)} dapat membentuk menjadi pola matematika sebagai berikut.

(1, 2)	menjadi	(1, 2 x 1)
(2, 4)	menjadi	(2, 2 x 2)
(3, 6)	menjadi	(3, 2 x 3)
(4, 8)	menjadi	(4, 2 x 4)
(5, 10)	menjadi	(5, 2 x 5)

Pengertian:

Apabila anggota himpunan P disebut sebagai simbol x dan anggota himpunan Q disebut sebagai simbol y, maka didapat persamaan $x = \frac{1}{2}y$. Persamaan ini $x = \frac{1}{2}y$ dapat diubah menjadi persamaan $y = 2x$, bentuk persamaan seperti ini dapat ditulis dengan notasi dan rumus fungsi seperti berikut ini:

1. Notasi fungsi; $f : x \to y$ atau $f : x \to f(x)$ atau $f : x \to 2x$
2. Rumus fungsi; $f(x) = 2x$, untuk setiap $x \in P$

Bentuk seperti inilah yang disebut sebagai persamaan fungsi.

Cara Kedua : **Tabel**

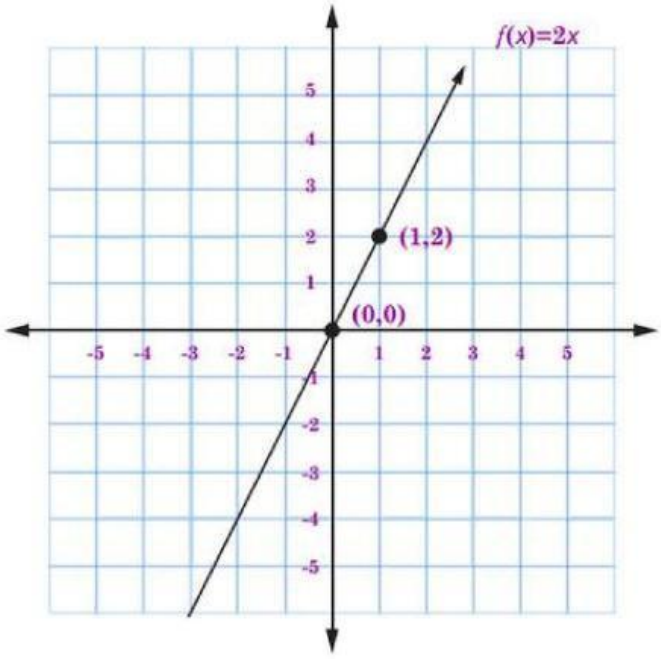
Misalkan suatu fungsi f dihubungkan dari himpunan P ke Q dengan anggota masing-masing P = {1, 2, 3, 4, 5} dan Q = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}. Apabila "setengah kali dari" adalah relasi yang ditentukan, maka tabel berikut ini merupakan cara yang dapat digunakan untuk hubungan tersebut.

x	1	2	3	4	5
$f(x)$	2	4	6	8	10

LIVEWORKSHEETS

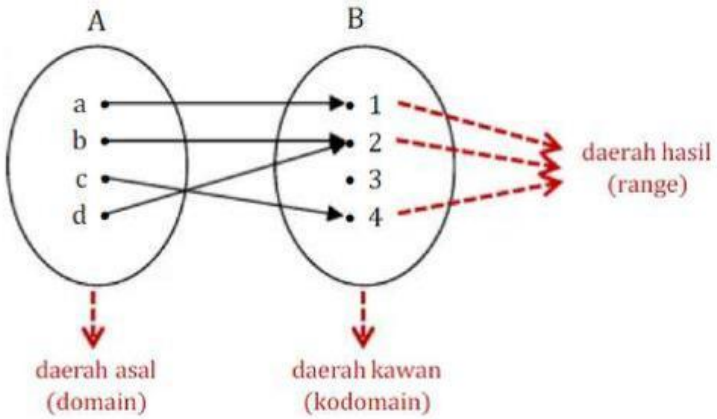
Cara Pertama : **Grafik**

Misalkan suatu fungsi f dihubungkan dari himpunan P ke Q dengan anggota masing-masing P = {1, 2, 3, 4, 5} dan Q = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}. Apabila "setengah kali dari" adalah relasi yang ditentukan, maka graik berikut ini merupakan cara yang dapat digunakan untuk hubungan tersebut.



Domain, Kodomain, dan Range pada Fungsi

Perhatikan diagram panah suatu fungsi berikut.



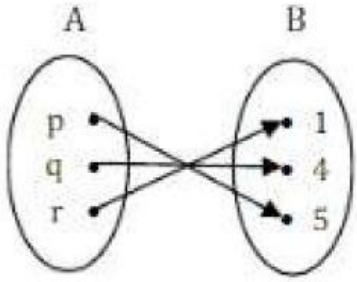
Terdapat istilah dan penamaan pada fungsi sebagai konsep dasar dalam mempelajari fungsi, yaitu :

- A = {a, b, c, d} disebut daerah asal (domain)
- B = {1, 2, 3, 4} disebut daerah kawan (kodomain)
- {1, 2, 4} disebut daerah hasil (range)

LIVEWORKSHEETS

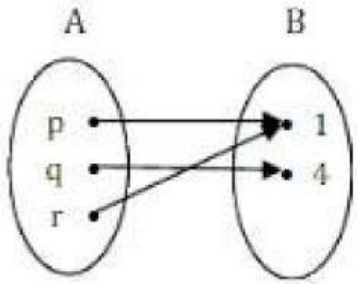
Contoh Fungsi

1. Perhatikanlah **diagram panah** berikut, mana saja yang termasuk fungsi (pemetaan) ?



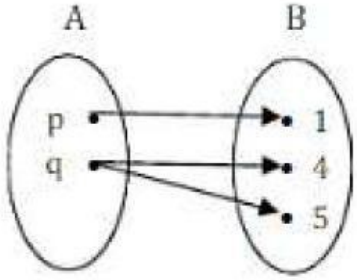
√

Merupakan fungsi, karena :
Anggota A memiliki pasangan semua
Setiap anggota A pasangannya satu



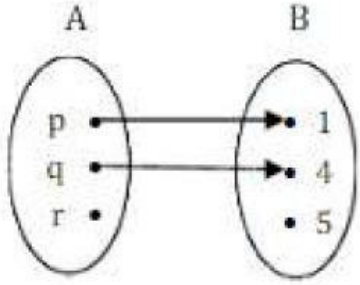
√

Merupakan fungsi, karena :
Anggota A memiliki pasangan semua
Setiap anggota A pasangannya satu



×

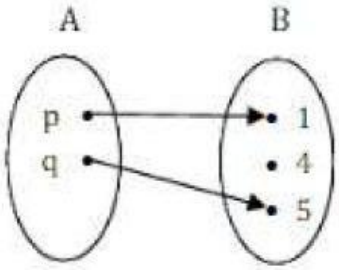
Bukan merupakan fungsi, karena:
Terdapat anggota A yang memiliki pasangan lebih dari satu, yaitu q



×

Bukan merupakan fungsi, karena :
Terdapat anggota A yang tidak memiliki pasangan, yaitu r

LIVEWORKSHEETS



√

Merupakan fungsi, karena :
Anggota A memiliki pasangan semua
Setiap anggota A pasangannya satu

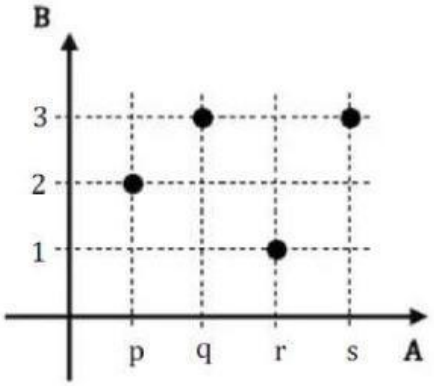
2. Perhatikanlah **himpunan pasangan berurutan** berikut, mana saja yang termasuk fungsi (pemetaan) ?

*Catatan : perhatikan yang sebelah kiri, jika beda semua, maka merupakan fungsi

a. {(p, 3), (q, 4), (r, 5)} → {(**p**, 3), (**q**, 4), (**r**, 5)} → beda semua → fungsi
b. {(1, 3), (2, 4), (3, 5)} → {(**1**, 3), (**2**, 4), (**3**, 5)} → beda semua → fungsi
c. {(p, 3), (q, 4), (p, 5)} → {(**p**, 3), (**q**, 4), (**p**, 5)} → ada yang sama (p punya 2 pasangan) → bukan fungsi
d. {(1, 1), (2, 3), (3, 5)} → {(**1**, 1), (**2**, 3), (**3**, 5)} → beda semua → fungsi

3. Perhatikanlah **diagram kartesius** berikut, mana saja yang termasuk fungsi (pemetaan) ?

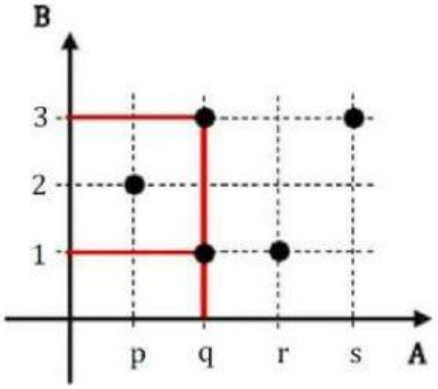
*Catatan : perhatikan sumbu yang bawah, jika hanya memiliki satu pasangan, maka merupakan fungsi



√

Merupakan fungsi, karena :
Anggota A memiliki pasangan semua
Setiap anggota A pasangannya satu

LIVEWORKSHEETS



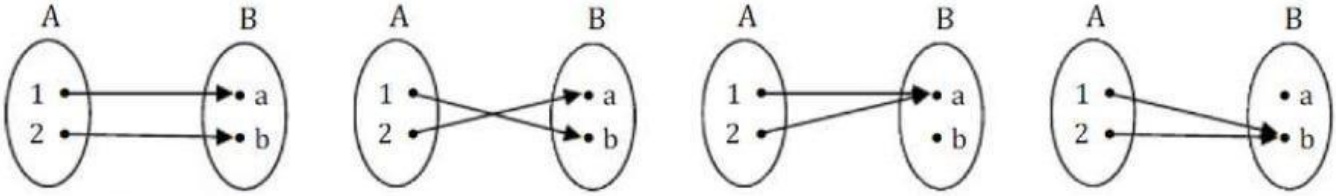
×

Bukan merupakan fungsi, karena :

Terdapat anggota A yang memiliki pasangan lebih dari satu, yaitu q

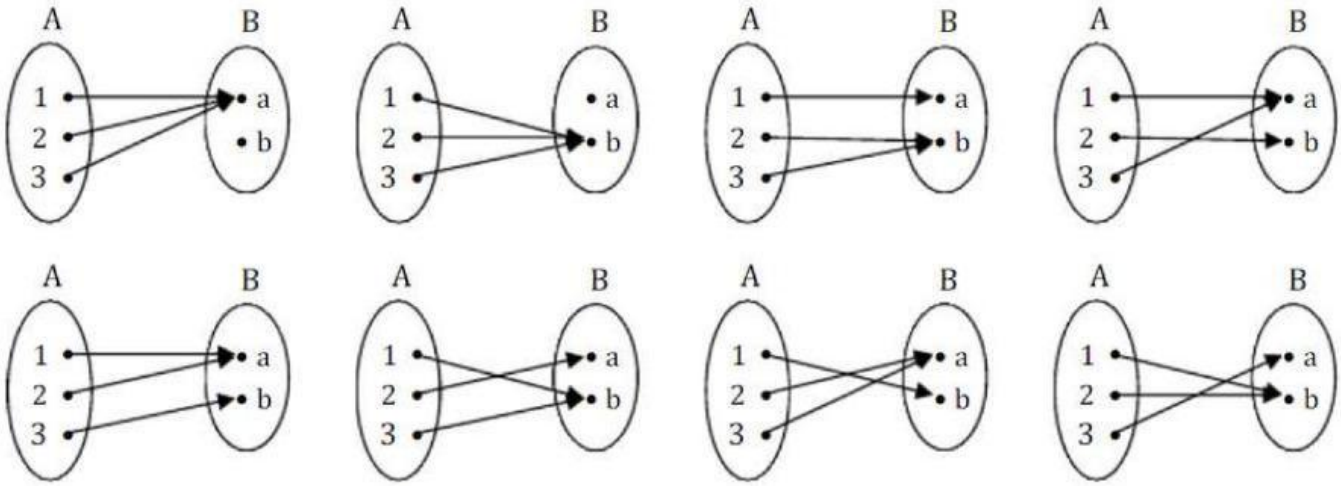
3. Perhatikan banyaknya fungsi (Pemetaan) yang mungkin terjadi dari **dua himpunan**

1. Banyaknya fungsi yang mungkin terjadi dari himpunan A = {1, 2} ke himpunan B = {a, b}



Ternyata, banyak fungsi yang mungkin terjadi ada 4 kemungkinan.

2. Banyaknya fungsi yang mungkin terjadi dari himpunan A = {1, 2, 3} ke himpunan B = {a, b}



Ternyata, banyak fungsi yang mungkin terjadi ada 8 kemungkinan.

LIVEWORKSHEETS

Dari dua contoh di atas, dapat kita cermati bahwa :

Banyaknya fungsi (pemetaan) dari himpunan A ke himpunan B adalah b^a

Keterangan :

a adalah banyaknya anggota himpunan A

b adalah banyaknya anggota himpunan B

Contoh Soal

1. Banyak fungsi/ pemetaan yang mungkin terjadi dari A ={8, 9} ke B = {2, 4, 6} adalah ...

   Jawab :

   Banyak fungsi yang mungkin dari A ke B adalah $b^a = 3^2 = 3 \times 3 = 9$
2. Banyak pemetaan yang mungkin terjadi dari M = {8, 9, 11} ke N = {2, 4, 6, 8} adalah ...

   Jawab :

   Banyak fungsi yang mungkin dari M ke N adalah $n^m = 4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$
3. Jika P = {1, 2, 3, 4, 5} dan Q = $\{x|x < 5 \leq 10, x$ bilangan ganjil$\}$, banyaknya fungsi yang mungkin terjadi dari Q ke P adalah ...

   Jawab :

   P = {1, 2, 3, 4, 5}, maka $p = 5$

   Q = $\{x|x < 5 \leq 10, x$ bilangan ganjil$\}$ = {7, 9}, maka $q = 2$

   Jadi, banyak fungsi yang mungkin dari Q ke P adalah $p^q = 5^2 = 5 \times 5 = 25$

LIVEWORKSHEETS