

LKPD SISTEM PERSAMAAN LINIER TIGA VARIABEL

petunjuk mengerjakan : selesaikan pertanyaan berikut pada buku
tulis mu

amati permasalahan dibawah ini!



Di toko buku "Merauke", Siti membeli 4 buku, 2 pulpen, dan 3 pensil dengan harga Rp. 26.000,00. Amal membeli 3 buku, 3 pulpen, dan 1 pensil dengan harga Rp. 21.500,00. Nafa membeli 3 buku dan 1 pensil dengan harga Rp. 12.500,00. Jika Rara membeli 1 pulpen, 1 pensil, dan 1 buku dengan membawa uang Rp 10.000

- Apakah uang yang di bawa Rara cukup untuk membeli alat tulis yang dia beli?
- Jika iya, berapa sisa uang Rara?
- Sajikan dalam bentuk SPLTV

SISTEM PERSAMAAN LINIER TIGA VARIABEL

1. PENGERTIAN PERSAMAAN LINEAR TIGA VARIABEL

Persamaan linear tiga variabel adalah sebuah persamaan aljabar, yang tiap sukunya mengandung konstanta, atau perkalian konstanta dan memiliki 3 variabel berpangkat 1

2. SISTEM PERSAMAAN LINEAR TIGA VARIABEL

Sistem persamaan linear tiga variabel (SPLTV) adalah sebuah persamaan matematika yang meliputi 3 persamaan linear yang masing – masing dari persamaan yang bervariasi tiga (contoh x, y dan z). Dan SPLTV juga didefinisikan sebagai suatu bentuk konsep di dalam ilmu matematika yang bermanfaat untuk menyelesaikan sebuah kasus yang tidak bisa untuk diselesaikan dengan menggunakan bentuk persamaan linear satu variabel dan juga persamaan linear dua variabel

3. BENTUK UMUM SPLTV

Bentuk yang umum dari Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel (SPLTV) di dalam x, y, dan juga z bisa ditulis seperti berikut ini :

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3 \end{cases}$$

Dengan x, y dan z disebut variabel atau peubah. $a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2, a_3, b_3$ dan c_3 disebut koefisien variabel.

Contoh :

$$a + 3b - 2c = 7$$

$$4x - 5y + z = 19$$

4. CARA MENYELESAIKAN SISTEM PERSAMAAN LINIER TIGA VARIABEL.

a. Eliminasi salah satu variabel (x / y / z)

Terdapat beberapa cara pilihan untuk mengeliminasi salah satu variabel dari SPLTV diatas, kalian dapat memilih salah satu dari pilihan berikut

- Eliminasi persamaan (i) dengan (ii) dan (i) dengan (iii)
- Eliminasi persamaan (i) dengan (ii) dan (ii) dengan (iii)
- Eliminasi persamaan (i) dengan (iii) dan (ii) dengan (iii) Dari langkah 1, akan didapat hasil berupa sistem persamaan linear dua variabel

- b. Selesaikan SPLDV yang didapat pada langkah 1
- c. Substitusi solusi SPLDV yang didapat ke salah satu persamaan (i)/(ii)/(iii) sehingga didapat penyelesaian dari SPLTV

Contoh :

$$2x + 3y - z = 20 \dots\dots \text{persamaan (i)}$$

$$3x + 2y + z = 20 \dots\dots \text{persamaan (ii)}$$

$$x + 4y + 2z = 15 \dots\dots \text{persamaan (iii)}$$

Tentukan nilai x , y dan z !

Jawab :

- Eliminasi salah satu variabel, dipilih eliminasi x dari persamaan (i) dan (ii)

$$\begin{array}{rcl} 2x + 3y - z = 20 & \times 3 & 6x + 9y - 3z = 60 \\ 3x + 2y + z = 20 & \times 2 & 6x + 4y + 2z = 40 \\ \hline & & 5y - 5z = 20 \dots\dots \text{persamaan (iv)} \end{array}$$

- Eliminasi x dari persamaan (ii) dan (iii)

$$\begin{array}{rcl} 3x + 2y + z = 20 & \times 1 & 3x + 2y + z = 20 \\ x + 4y + 2z = 15 & \times 3 & 3x + 12y + 6z = 45 \\ \hline & & -10y - 5z = -25 \dots\dots \text{Persamaan (v)} \end{array}$$

- Eliminasi persamaan (vi) dan (v)

$$\begin{array}{rcl} 5y - 5z = 20 \\ -10y - 5z = -25 \\ \hline 15y = 45 \\ y = 45 : 15 \\ y = 3 \end{array}$$

- Substitusi $y = 3$ ke persamaan (iv)

$$\begin{array}{rcl} 5(3) - 5z = 20 \\ 15 - 5z = 20 \\ -5z = 20 - 15 \\ -5z = 5 \\ z = 5 : -5 \\ z = -1 \end{array}$$

- Substitusi $y = 3$ dan $z = -1$ ke persamaan (iii)

$$\begin{array}{rcl} x + 4y + 2z = 15 \\ x + 4(3) + 2(-1) = 15 \\ x + 12 + (-2) = 15 \\ x + 10 = 15 \end{array}$$

$$x = 15 - 10$$

$$x = 5$$

- Jadi himpunan penyelesaian SPLTV adalah $x = 5$, $y = 3$ dan $z = -1$

Dalam sistem persamaan linear dengan dua variabel, ada 3 kemungkinan banyaknya solusi:

- Sistem persamaan linear memiliki satu solusi. Graiknya berupa dua garis yang berpotongan. Solusinya adalah titik potong kedua garis.
- Sistem persamaan linear tidak memiliki solusi. Graiknya berupa dua garis yang sejajar.
- Sistem persamaan linear memiliki banyak solusi. Graiknya berupa dua garis yang berimpit. Semua titik pada garis ini merupakan solusi.

5. MENYELESAIKAN MASALAH KONTEKSTUAL

- Tuliskan informasi yang diperoleh
- Buat permisalan (variabel) yang menyatakan nama barang
- Nyatakan dalam bentuk model matematika
- eliminasi salah satu variabel. Pilih salah satu dibawah ini.
 - Eliminasi persamaan (i) dengan (ii) dan (i) dengan (iii)
 - Eliminasi persamaan (i) dengan (ii) dan (ii) dengan (iii)
 - Eliminasi persamaan (i) dengan (iii) dan (ii) dengan (iii)
- substitusikan solusi SPLDV kesalah satu persamaan (i)/(ii)/(iii) sehingga diperoleh penyelesaian dari SPLTV
- menulis Kembali hasil yang diperoleh kedalam masalah kontekstual

Contoh :

Ibu Yanti membeli 5 kg telur, 2 kg daging, dan 1 kg udang dengan harga Rp 305.000,00. Ibu Eka membeli 3 kg telur dan 1 kg daging dengan harga Rp 131.000,00. Ibu Putu membeli 3 kg daging dan 2 kg udang dengan harga Rp 360.000,00. Jika Ibu Aniza membeli 3 kg telur, 1 kg daging, dan 2 kg udang, berapah harga yang harus ia bayar?

nama barang pembelian	Telur (kg)	Daging (kg)	Udang (kg)	Harga
Ibu Yanti	5	2	1	Rp305.000,00
Ibu Eka	3	1	0	Rp131.000,00
Ibu Putu	0	3	2	Rp360.000,00

Penyelesaian:

Misal x = harga telur, y = harga daging, dan z = harga udang.

Jumlah harga belanjaan ibu Yanti Rp 305.000 sehingga diperoleh persamaan:

$$5x + 2y + z = 305000$$

Jumlah harga belanjaan ibu Eka Rp 131.000 sehingga diperoleh persamaan:

$$3x + y = 131000$$

Jumlah harga belanjaan ibu Putu Rp 360.000 sehingga diperoleh persamaan:

$$3y + 2z = 360000$$

Jumlah harga yang harus dibayar Ibu Aniza dapat ditulis dengan persamaan $= 3x + y + 2z$

Diperoleh SPLTV yakni:

$$5x + 2y + z = 305000 \dots \dots \text{pers (1)}$$

$$3x + y = 131000 \dots \dots \text{pers (2)}$$

$$3y + 2z = 360000 \dots \dots \text{pers (3)}$$

Adapun metode yang akan dipilih dalam menyelesaikan SPLTV yakni metode substitusi.

- Langkah I

Ubah persamaan 2 yakni:

$$3x + y = 131000$$

$$y = 131000 - 3x \dots \dots \text{pers (4)}$$

- Langkah II

Substitusi persamaan 4 ke persamaan 1, maka:

$$5x + 2y + z = 305000$$

$$5x + 2(131000 - 3x) + z = 305000$$

$$5x + 262000 - 6x + z = 305000$$

$$-x + z = 43000$$

$$z = 43000 + x \dots \dots \text{persamaan 5}$$

- Langkah III

Substitusi persamaan 5 ke persamaan 3, maka:

$$3y + 2z = 360000$$

$$3y + 2(43000 + x) = 360000$$

$$3y + 86000 + 2x = 360000$$

$$2x + 3y = 274000 \dots \dots \text{pers (6)}$$

- Langkah IV

Substitusi persamaan 4 ke persamaan 6, maka:

$$2x + 3y = 274000$$

$$2x + 3(131000 - 3x) = 274000$$

$$2x + 393000 - 9x = 274000$$

$$-7x = -119000$$

$$x = -119000/-7$$

$$x = 17000$$

- Langkah V

Substitusi nilai x ke persamaan 4 dan ke persamaan 5, maka:

$$y = 131000 - 3x$$

$$y = 131000 - 3(17000)$$

$$y = 80000$$

$$z = 43000 + x$$

$$z = 43000 + 17000$$

$$z = 60000$$

- Langkah VI

Jumlah harga yang harus dibayar ibu Aniza yakni:

$$\text{Ibu Dina} = 3x + y + 2z$$

$$\text{Ibu Dina} = 3(17000) + 80000 + 2(60000)$$

$$\text{Ibu Dina} = 51000 + 80000 + 120000$$

$$\text{Ibu Dina} = 251000$$

Jadi, harga yang harus Ibu Aniza bayar adalah sebesar Rp 251.000,00