

E-LKPD INTERAKTIF

MATEMATIKA



STATISTIKA
(Regresi Linear & Analisis Korelasi)

NAMA KELompOK :

ANGGOTA KELompOK :

- | | |
|----|----|
| 1. | 4. |
| 2. | 5. |
| 3. | 6. |

KELAS
XI
SEMESTER 1

Oleh :
Syariful Akbar
Pembimbing :
Isnaniah, M.Pd



LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK ELEKTRONIK [E-LKPD]

STATISTIKA (Regresi Linear & Analisis Korelasi)



Tujuan Pembelajaran

D.1: Melakukan proses penyelidikan statistika untuk data bivariat. Mereka dapat mengidentifikasi dan menjelaskan asosiasi antara dua variabel kategorikal dan antara dua variabel numerikal. Mereka dapat memperkirakan model linear terbaik (*best fit*) pada data numerikal. Mereka dapat membedakan hubungan asosiasi dan sebab-akibat.



Kompetensi

Mengidentifikasi dan Menjelaskan Asosiasi Antara Dua Variabel Kategorikal dan Antara Dua Variabel Numerikal



Indikator Pembelajaran

- D.1.4 Menentukan Persamaan Garis Regresi Linear



Prosedur Pembelajaran

Di akhir fase F, peserta didik dapat melakukan proses penyelidikan statistika untuk data bivariat. Mereka dapat mengidentifikasi dan menjelaskan asosiasi antara dua variabel kategorikal dan antara dua variabel numerikal. Mereka dapat memperkirakan model linear terbaik (*best fit*) pada data numerikal. Mereka dapat membedakan hubungan asosiasi dan sebab-akibat. Peserta didik memahami konsep peluang bersyarat dan kejadian yang saling bebas menggunakan konsep permutasi dan kombinasi.



Prosedur Pembelajaran

1. Cermatiah E-LKPD berikut
2. Kerjakan percobaan dan isilah setiap isian pada E-LKPD berikut bersama rekan sekelompok-mu!
3. Bersama-sama dengan teman sekelas buatlah kesimpulan hasil kerja dan di akhir penherjaan diharapkan masing-masing kelompok siap untuk ditunjuk mempresentasikan hasil kerja di depan kelas!
4. Waktu pengerjaan E-LKPD ini adalah 60 menit!

Lembar Kerja Peserta Didik Elektronik (E-LKPD)

Interaktif Pertemuan 2



Ayo Simak Video

Ringkasan

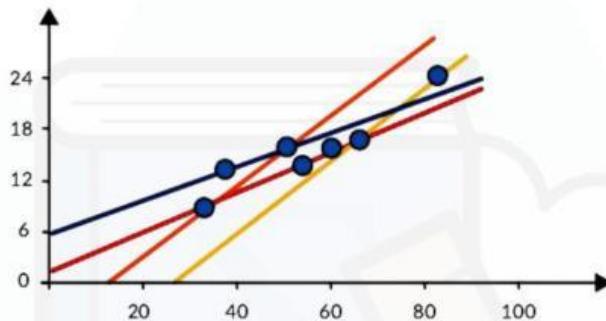
.....
.....
.....
.....
.....



B. Regresi Linear

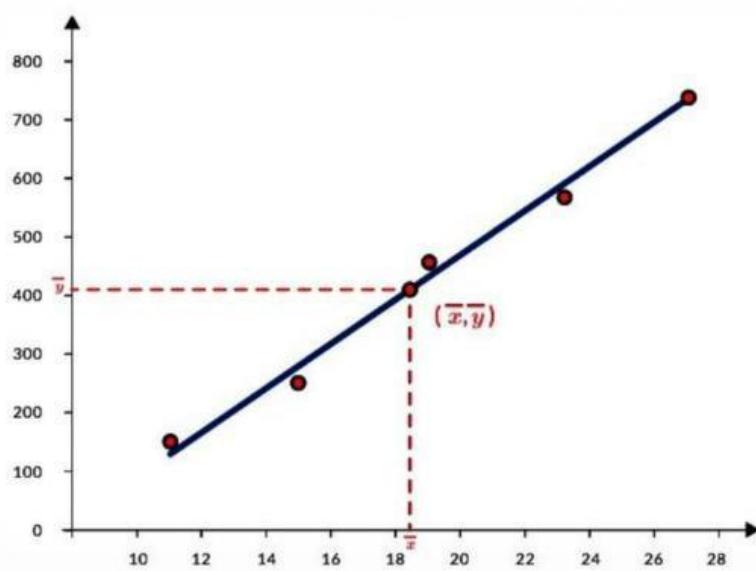
1. Pengertian

Ketika dua variabel kuantitatif pada suatu diagram pencar sudah menunjukkan adanya korelasi, kita dapat menggambar suatu garis yang paling tepat untuk mewakili semua data yang ada.



Gambar 2.1 Diagram Pencar dan Berbagai Kemungkinan Garis Lurus

Di antara semua garis yang mungkin dibentuk, hanya ada satu garis yang paling tepat yang disebut sebagai garis *best-fit*. Garis ini merupakan model linear yang memperkirakan hubungan antara dua variabel kuantitatif pada diagram pencar tersebut. Model regresi yang memberikan hubungan garis lurus antara dua variabel ini disebut **regresi linear**.



Gambar 2.2 Regresi Linear

Gambar 2.1 memberikan contoh bagaimana suatu garis best-fit digambar di antara titik-titik pada diagram pencar. Garis ini tidak harus melalui titik-titik tersebut karena hanya bersifat estimasi. Namun, bisa saja garis melewati satu titik atau lebih pada saat penggambaran. Tapi satu hal yang pasti adalah garis tersebut selalu melewati pasangan titik koordinat rata-rata nilai x dan y , (\bar{x}, \bar{y})

1. Metode Kuadran Terkecil

Di dalam proses analisis regresi linear, kita mencoba untuk mencari garis lurus yang paling tepat terhadap titik-titik yang ada pada diagram pencar. Garis lurus itu akan memberikan deskripsi terbaik mengenai hubungan antara variabel independen dan dependen. Ayo lakukan Eksplorasi 3.3 sebagai dasar berpikir mengenai metode ini.



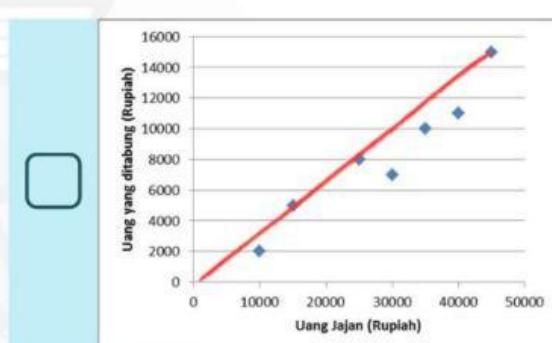
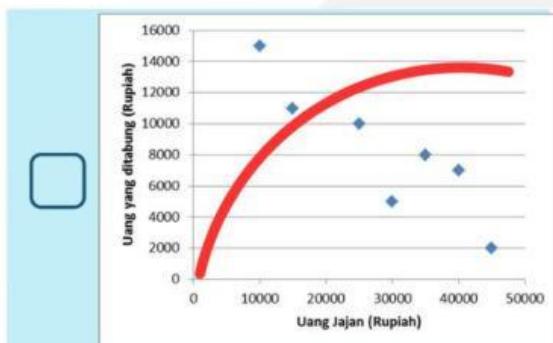
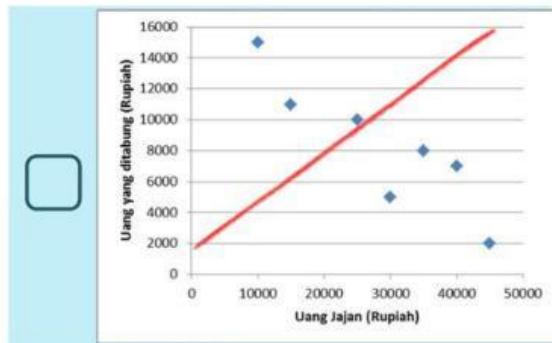
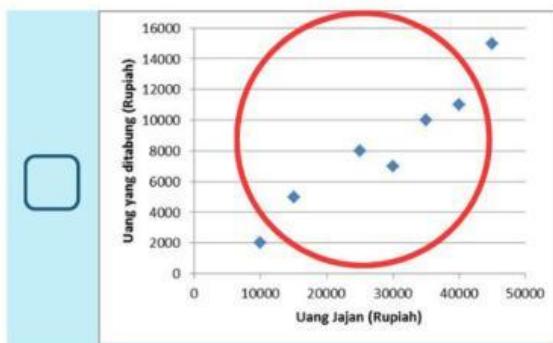
Ayo Bereksplorasi

Eksplorasi 2.1

Suatu sekolah menerapkan program rajin menabung pada seluruh siswanya. Mona tertarik untuk melihat bagaimana hubungan antara uang jajan yang diperoleh temantemannya dan besar uang yang ditabung. Dia memilih satu kelas dan dari kelas tersebut diambil sampel delapan siswa untuk memperoleh data mengenai uang jajan yang diterima dan uang yang ditabung. Data yang diperoleh adalah sebagai berikut.

Uang jajan	Uang yang ditabung
Rp 10.000,00	Rp 2.000,00
Rp 40.000,00	Rp 11.000,00
Rp 25.000,00	Rp 8.000,00
Rp 15.000,00	Rp 5.000,00
Rp 35.000,00	Rp 10.000,00
Rp 30.000,00	Rp 7.000,00
Rp 45.000,00	Rp 15.000,00

- 1 Pilihlah salah satu diagram pencar yang benar dari data di atas, serta prediksi garis best-fit dari hubungan antara uang jajan dan uang yang ditabung.



- 2 Tuliskan kesimpulan dari berbagai ide atau gagasan yang menurut kalian paling tepat untuk menggambar suatu garis best-fit.

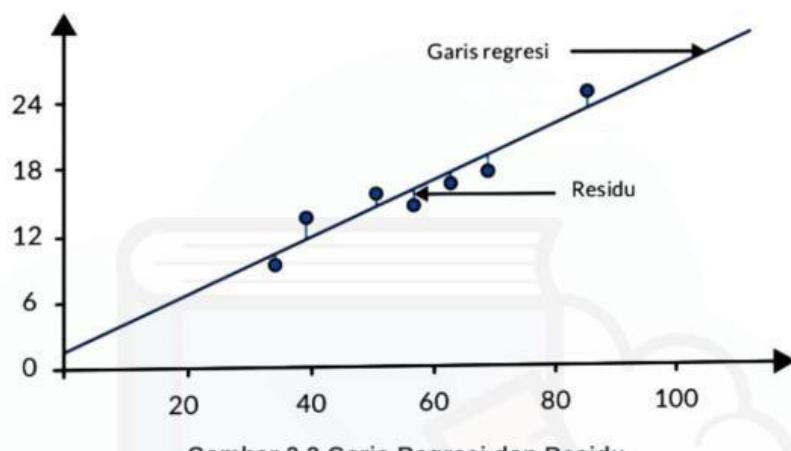
Berdasarkan Eksplorasi 2.1, apakah ada cara yang paling tepat dalam memutuskan apakah suatu garis sudah tepat atau tidak? Ternyata ada loh, metode umum untuk menempatkan garis lurus ke data-data hasil observasi disebut sebagai **metode kuadrat terkecil**.



Tahukah Kamu?

Metode kuadrat terkecil ditemukan oleh Carl Friedrich Gauss (1777–1855) dari Jerman, Adrien-Marie Legendre (1752–1833) dari Prancis, dan Robert Adrain (1775–1843) dari Irlandia sekitar 200 tahun yang lalu yang masing-masing bekerja secara terpisah.

Wow... nama metodenya seperti istilah operasi matematika sehari-hari yang sering kita dengarkan, ya. Sesuai dengan nama metode itu nanti kalian perlu melakukan operasi kuadrat dan tujuannya adalah untuk menemukan suatu nilai terkecil. Nilai apa yang perlu kita kecilkan hingga sekecil mungkin? Mari kita lihat gambar diagram berikut ini sebagai visualisasi sederhana dari metode ini.



Gambar 2.3 Garis Regresi dan Residu

Gambar 3.8 memberikan gambaran bahwa ada selisih antara nilai variabel dependen (y) dari data asli dengan nilai variabel dependen (\hat{y}) yang dibaca y topi) dari garis regresi. Selisih antara nilai variabel dependen yang diamati (y) dan nilai variabel dependen yang diprediksi (\hat{y}) disebut sebagai **residu** (ϵ) yang dibaca epsilon). Maka dari itu, rumus residu ditulis sebagai berikut.

$$\text{Residu } (\epsilon) = y - \hat{y}$$

Menurut kalian, jumlah nilai mutlak residu yang semakin kecil atau semakin besar yang akan membuat suatu model garis regresi semakin tepat? Ya, benar, semakin kecil jumlah nilai mutlak residu ini, maka garis semakin dekat ke data asli yang artinya semakin tepat pula garis yang digambar

Meskipun demikian, perhitungan yang dilakukan ternyata tidak cukup hanya menggunakan konsep jumlah nilai mutlak residu, namun harus menggunakan konsep jumlah kuadrat dari nilai residu (rumus tertulis di bawah paragraf ini) seperti pada konsep perhitungan varians suatu data. Konsep jumlah kuadrat dari nilai residu dapat memberikan karakteristik khusus untuk membedakan setiap garis regresi yang mungkin terbentuk dari suatu kumpulan data yang tidak dapat diberikan oleh konsep jumlah nilai mutlak residu.

$$\text{Kuadrat residu } (\varepsilon^2) = (y - \hat{y})^2$$

$$\text{Jumlah kuadrat residu } \left(\sum \varepsilon^2 \right) = \sum (y - \hat{y})^2$$

Perlu diingat bahwa setiap kumpulan data mempunyai jumlah kuadrat residu terkecil yang dapat dicapai oleh model garisnya. Dasar inilah yang digunakan dalam penurunan rumus untuk mencari persamaan garis regresi. Akan tetapi, hal ini tidak memungkinkan untuk diajarkan saat ini karena memerlukan ilmu kalkulus lanjutan. Karena itulah buku ini akan berusaha menjelaskannya secara deskriptif. Namun bagi kalian yang tertarik dan ingin belajar lebih lanjut, kalian dapat menemukannya di berbagai buku matematika untuk tingkat universitas atau sumber yang tepat dan baik dari internet.



Ayo Bereksplorasi

Ayo kita kembali pada Eksplorasi 2.1 dan melanjutkan lagi aktivitasnya. Kali ini kalian bisa menggunakan kalkulator untuk mempermudah perhitungan.

3. Dari garis *best-fit* yang telah kalian gambar, carilah persamaan garisnya dengan mencari gradien terlebih dahulu dan titik potong sumbu y kemudian lakukan substitusi ke dalam persamaan garis lurus $\hat{y} = mx + c$ di mana m adalah gradien dan c adalah titik potong sumbu y.

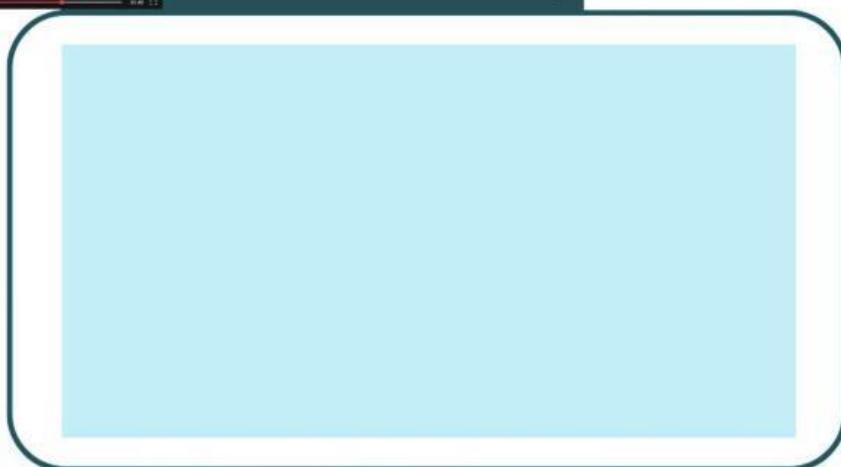
x	y	\hat{y}	$y - \hat{y}$	$(y - \hat{y})^2$
10.000	2.000			
40.000	11.000			
25.000	8.000			
15.000	5.000			
35.000	10.000			
30.000	7.000			
45.000	15.000			
Jumlah kuadrat residu				



Ayo Berteknologi



Ayo Simak Video



Apakan kalian paham menggamparkan diagram pencar atau diagram scatter setelah menyimak video di atas, Silahkan di uji cobakan menggunakan aplikasi XL terhadap soal permasalahan pada tabel data jumlah siswa pada sekolah SMAN X tahun ajaran 2016 s.d 2023!

Tahun Pelajaran	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023
Jumlah siswa	1083	1021	1145	1102	987	1098	1210	1237

Apakah setelah menggunakan teknologi memudahkan dalam membuat grafik dari permasalahan di atas?



Tidak



Iya



Tidak Mencoba

Hitunglah berapa kuadran residu yang didapat dari permasalahan di atas?

Residu (ε) =

Latihan 2.1

1. Perhatikan pasangan-pasangan variabel di bawah ini. Tentukan bagaimana hubungan mereka dan berikan alasan kalian.

Model Pesawat	Banyak Tempat Duduk	Biaya (Rupiah/Jam)
A	50	Rp 1.100.000,00
B	100	Rp 2.100.000,00
C	150	Rp 2.700.000,00

Persamaan garis regresi mana yang lebih tepat untuk memprediksi banyak tempat duduk terhadap biaya?

$$\hat{y} = 367000 + 16000x \text{ Atau } \hat{y} = 300000 + 16000x$$

- Perhitungan residu dari $\hat{y} = 367000 + 16000x$

x	y	\hat{y}	$y - \hat{y}$	$(y - \hat{y})^2$
50	1.100.000			
100	2.100.000			
150	2.700.000			
Jumlah kuadrat residu				

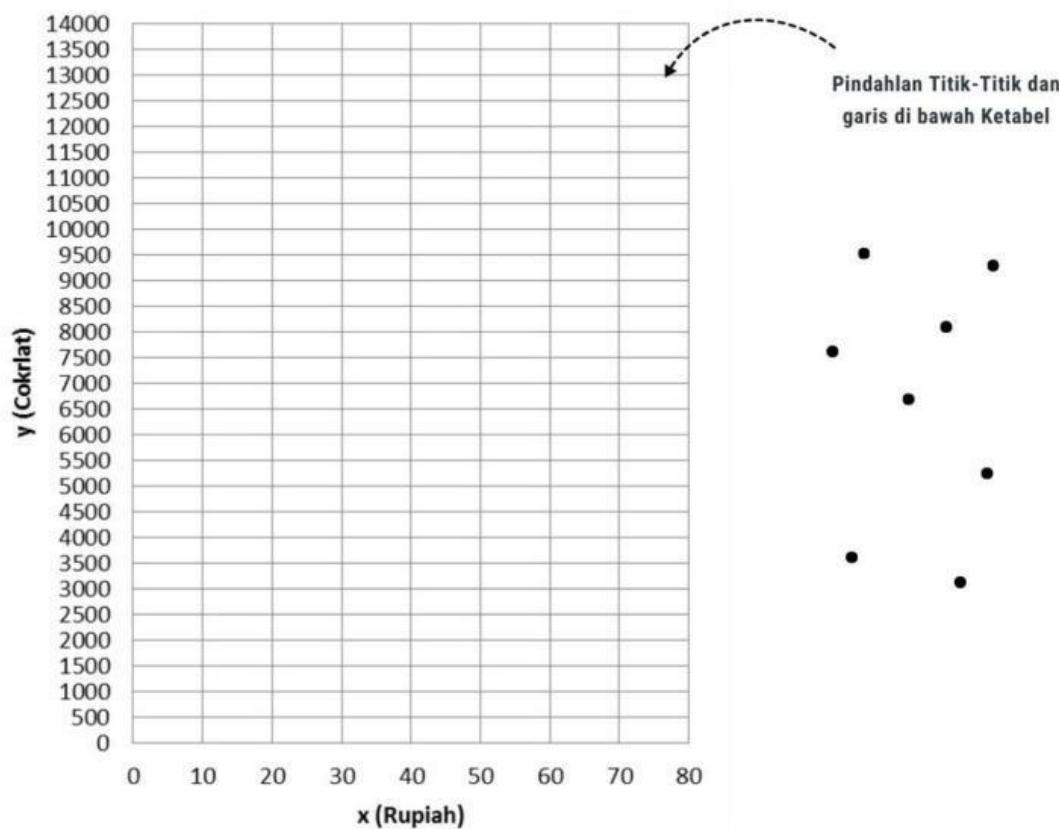
- Perhitungan residu dari $\hat{y} = 300000 + 16000x$

x	y	\hat{y}	$y - \hat{y}$	$(y - \hat{y})^2$
50	1.100.000			
100	2.100.000			
150	2.700.000			
Jumlah kuadrat residu				

1. Seorang siswa menyelidiki hubungan antara harga (y rupiah) dari 100 gram cokelat dan persentase kandungan cokelat (x %). Data yang diperoleh disajikan pada tabel berikut.

Merek Cokelat	x (% cokelat)	y (Rupiah)
A	10	Rp 3.500,00
B	20	Rp 5.500,00
C	30	Rp 4.000,00
D	35	Rp 10.000,00
E	40	Rp 6.000,00
F	50	Rp 9.000,00
G	60	Rp 11.000,00
H	70	Rp 13.000,00

- a. Gambarlah diagram pencar dari data tabel tersebut. Jika diketahui bahwa persamaan garis regresinya adalah $\hat{y} = 1700 + 154x$



- b. Merek cokelat mana yang dimaksud oleh siswa tersebut? Jelaskan alasannya.
- c. Siswa tersebut ingin memberikan saran harga yang cocok untuk cokelat tersebut. Berapakah prediksi harga yang cocok?