1. Barisan dan Deret Aritmatika

Masih ingatkah pola bilangan genap yang dimulai dari 2?

Pola bilangan genap : 2, 4, 6, 8, . . .



Suku ke-1 (U_1) = 2.

Suku ke-2 (U_2) = ...

Suku ke-3 (U_3) = ...

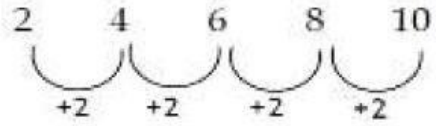
Suku ke-4 (U_4) = ...

Berapakah suku ke-5?

Aturan pada barisan bilangan genap itu adalah:

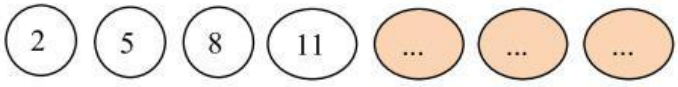
dimulai dengan 2 dan suku berikutnya diperoleh dengan menambahkan 2 pada suku sebelumnya.

Dengan demikian suku kelima adalah 10 atau $U_5 = 10$.



Perhatikan barisan 2, 5, 8, 11, . . .

Tulislah aturan untuk menjelaskan barisan bilangan di atas dan tentukan tiga suku berikutnya...





Barisan bilangan yang suku berikutnya didapat dari penambahan suku sebelumnya dengan bilangan yang tetap**.**

Bilangan yang tetap itu dinamakan ***pembeda***. Barisan di atas merupakan contoh barisan aritmatika dengan pembeda 3.

LIVEWORKSHEETS

Jadi kesimpulannya Barisan Aritmatika adalah: ...



Bentuk Umum Barisan Aritmatika:

a, a+b, a+2b, a+3b, ... , a +(n-1)b

Keterangan : Suku pertama: a/ U_1

Beda : $b = U_2 - U_1$

Banyaknya suku : n

Suku ke n : Un



Rumus suku ke-n :

$$Un = a + (n - 1) b$$

atau

$$Un = S_n - S_{n-1}$$

pada deret Aritmatika, Jumlah n suku pertama deret Aritmatika dinyatakan dengan S_n, yaitu:

$$Sn = U_1 + U_2 + U_3 + ... + Un$$



Rumus jumlah n suku pertama deret Aritmatika:

$$S_n = \frac{1}{2} n (a + U_n)$$

$$U_n = a + (n-1) b$$

LIVEWORKSHEETS

Rumus umum $S_n = \frac{1}{2} n (a + U_n)$ juga dapat ditulis dengan:

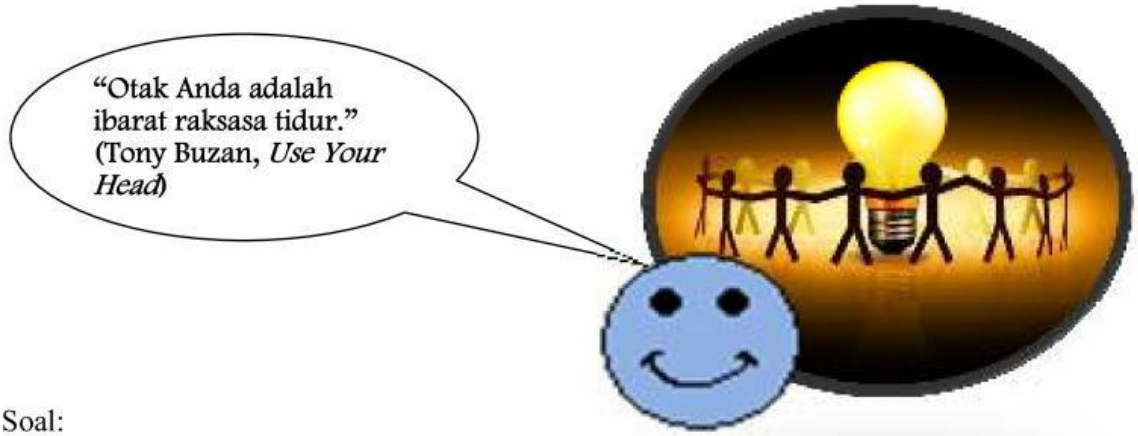
$$S_n = \frac{1}{2} n (a + U_n)$$

$$= \frac{1}{2} n (a + a + (n-1) b)$$

$$= \frac{1}{2} n (... + (... - ...) b)$$

$$= \frac{n}{2} (... + (... - ...) ...)$$

$$S_n = \frac{n}{2} (... + (... - ...) ...)$$



Soal:

1. Tentukan beda pada barisan aritmetika berikut; 3, 5, 7, 9….

   Jawab:

   $U_2 - U_1 = U_3 - U_2 = \ldots\ldots\ldots = U_n - U_{n-1}$ = konstanta

   Untuk barisan 3, 5, 7, 9….

   ... – 3 = ... – ... = ... – ... = …….. = ...

   Jadi bedanya adalah ...

2. Carilah suku yang diminta pada barisan berikut ini!

   a. Suku ke-11 dari barisan 7, 10, 13, 16…..

      Dik : a = 7

      b = 10 – 7 = 3

      n = 11

LIVEWORKSHEETS

dit : U_{11} = ……..?

Jawab : U_{11} = a + (n-b) b

= ... + (... – ...) ...

= ... + ...

= ....

3. Suatu deret aritmatika diketahui 5 deret suku pertama = 35 dan jumlah 4 suku yang pertama = 24. Suku yang ke-15 sama dengan ….

   Jawab:

   $S_5 = 35 \Leftrightarrow \frac{5}{2}(2a + 4b) \Leftrightarrow 5a + 10b$ |x 4| ... = ... a + ... b

   $S_4 = 24 \Leftrightarrow 2(2a + 3b) \Leftrightarrow 4a + 6b$ |x 5| ... = ... a + ... b

   .... = ... b

   b = ..., a = ...

   U_{15} = a + 14b

   U_{15} = ... + ... = ...

4. Jumlah ke-10 dari barisan : 3, 5, 7, 9, ….adalah ….

   Jawab:

   a = ... , b = ...

   U_{10} = (a + 9b)

   U_{10} = ... + ... = ...

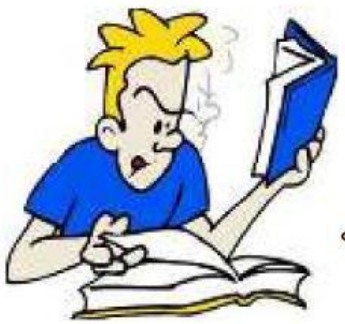
5. Jumlah suku pertama dari deret aritmatika dinyatakan dengan $Sn = n^2 + 2n$, beda dari deret itu adalah ….

   Jawab:

   $Sn = n^2 + 2n$ Turunkan, jumlah koefisien harus sama

   Un = ...

   beda = ...



Yakinlah bahwa Kerja Keras akan membuahkan Keberhasilan ...

LIVEWORKSHEETS

LATIHAN MANDIRI 1

1. Suku ke-11 barisan 7, 11, 15, … adalah …

   Jawab:

2. Suku ke-12 barisan 12, 36, 108, …

   Jawab:

3. Suatu deret aritmatika mempunyai suku ke-2 = 25 dan suku ke-6 = 49. Jumlah 12 suku pertama adalah …

   Jawab:

4. Jika 13+18+23+….+x =244, maka nilai x yang memenuhi sama dengan …

   Jawab:

5. Rumus jumlah n suku pertama deret aritmatika adalah Sn= 6n2+4n. Beda deret tersebut sama dengan ….

   Jawab:

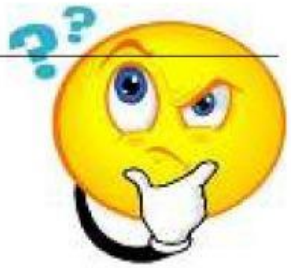
LIVEWORKSHEETS

2. Barisan dan Deret Geometri

Perhatikan barisan -4, 8, -16, 32, ... , . . .

Apakah barisan itu barisan aritmatika atau geometri?

Jelaskan! _____



Coba perhatikan barisan bilangan berikut !!!

1 2 4 8 16 32 .....

2^0 2^1 2^2 2^3 2^4 2^5

Suku ke-1 → $U_1 = 1 = 2^0$,
Suku ke-2 → $U_2 = 2 = 2^1$.

$\frac{U_2}{U_1} = \frac{2}{1} = \frac{2^1}{2^0} = 2$

Suku ke-2 → $U_2 = 2 = 2^1$,
Suku ke-3 → $U_3 = 4 = 2^2$.

$\frac{U_3}{U_2} = \frac{4}{2} = \frac{2^2}{2^1} = 2$

Kesimpulan Apa yang kalian Peroleh? Jelaskan!

_____

Barisan Geometri diperoleh dengan mengalikan bilangan tertentu (rasio) ke bilangan sebelumnya untuk memperoleh suku selanjutnya.

Rumus suku ke n barisan dan deret geometri:

$$Un = ar^{n-1}$$

atau

$$Un = S_n - S_{n-1}$$

Keterangan : Suku pertama: a/ U_1

Rasio : $r = \frac{Un}{Un-1}$

Suku ke n : Un

LIVEWORKSHEETS

Deret Geometri adalah penjumlahan dari masing-masing suku dari suatu barisan geometri

pada deret Geometri, Jumlah n suku pertama deret Geometri dinyatakan dengan S_n, yaitu:

$$Sn = U_1 + U_2 + U_3 + ... + Un$$



Rumus jumlah n suku pertama deret Aritmatika:

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}, r \neq 1, r < 1$$

atau

$$S_n = \frac{a(r^n-1)}{r-1}, r \neq 1, r > 1$$

Pembuktian Rumusnya:

$S_n = U_1 + U_2 + U_3 + U_4 + ... + U_n$

$= a + ar + ar^2 + ar^3 + ... + ar^{n-1}$ ..... (1)

Dari persamaan (1) semua suku dikalikan dengan r

$rS_n = r(U_1 + U_2 + U_3 + U_4 + ... + U_n)$

$= r(a + ar + ar^2 + ar^3 + ... + ar^{n-1})$

$= ar + ar^2 + ar^3 + ar^4 + ... + ar^n$ ..... (2)

LIVEWORKSHEETS

Dari (1) dan (2) diperoleh:

$S_n = a + ar + ar^2 + ar^3 + \ldots + ar^{n-1}$

$r.S_n = ar + ar^2 + ar^3 + ar^4 + \ldots + ar^n$

$S_n - r.S_n = a + (-ar^n)$

$(1-r)\,S_n = a - ar^n$

Terbukti bahwa: $S_n = \dfrac{a(1-r^n)}{1-r}$

dalam deret geometri kita juga mengenal deret geometri tak berhingga dengan rumus:

$$\lim_{n\to\infty} Sn = \frac{a}{r-1}, \text{ untuk } -1 < r < 1,\ r \neq 1$$

Soal:

1. Jumlah deret geometri $5 + \frac{5}{2} + \frac{5}{4} + \frac{5}{8} + \ldots$

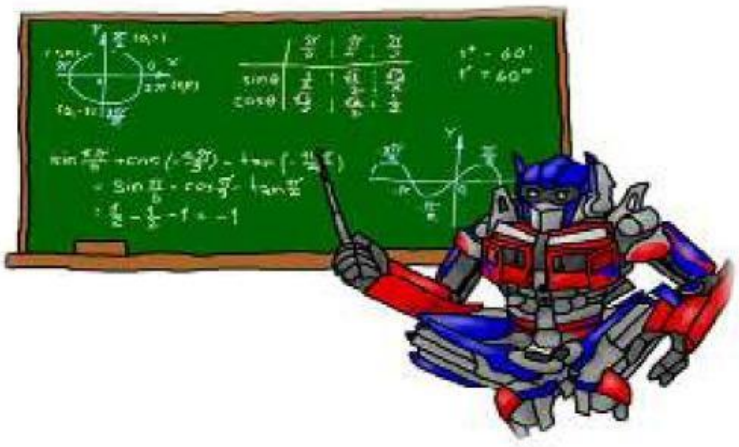
   Jawab:

   $r = \dfrac{Un}{Un-1} = \ldots$

   $\lim_{n\to\infty} Sn = \dfrac{a}{r-1}$

   $= \dfrac{\ldots}{\ldots - 1}$

   $= \ldots$



2. Dari suatu deret geometri yang rasionya 2 diketahui jumlah 10 buah suku pertama sama dengan 3069. Hasil kali suku ke 4 dan ke 6 dari deret tersebut =….

   Jawab:

LIVEWORKSHEETS

$r = 2$

$S_n = \frac{(r^n - 1)}{r - 1}$ karena $r > 1$

$S_{10} = \frac{a(\ldots - \ldots)}{\ldots - \ldots} = \ldots$

$\Rightarrow \frac{a \times \ldots}{\ldots} = \ldots$

$\Rightarrow a = \frac{\ldots}{\ldots} = \ldots$

$U_4 = ar^3 = 3 \times 2^3 = 3 \times 8 = \ldots$

$U_6 = ar^5 = \ldots \times \ldots = \ldots \times \ldots = \ldots$

$U_4 \times U_6 = \ldots \times \ldots = 2304$

3. Tentukan nilai dari deret geometri : 24 + 12 + 6 + …

   Jawab:

   $a = U_1 = 24$

   $r = \frac{U_2}{U_1} = \frac{\ldots}{\ldots} = \frac{\ldots}{\ldots}$

   $S_\infty = \frac{a}{1 - r} = \frac{\ldots}{\ldots - \ldots} = \frac{\ldots}{\ldots}$

   Jadi $S_\infty = \ldots$

4. Jika a + 2, a – 1, a – 7 membentuk barisan geometri, maka tentukan rasionya!

   Jawab:

   $\frac{a - 1}{a + 2} = \frac{a - \ldots}{a - \ldots} \Rightarrow a = \ldots$

   $r = \frac{\ldots - \ldots}{\ldots + \ldots} = \frac{\ldots - \ldots}{\ldots + \ldots} = \ldots$

5. Jika suku pertama deret geometri tak hingga adalah 1, sedang jumlah suku-suku yang bernomor ganjil = 2, maka tentukan jumlah deret dengan rasio yang positif !

   Jawab:

   $U_1 + U_3 + U_5 + \ldots\ldots = \ldots \Rightarrow \frac{1}{1 - r^2} = \ldots \Rightarrow r = \frac{\ldots}{\ldots}$

   $S_\infty = \frac{1}{\ldots} = \ldots$

LIVEWORKSHEETS

LATIHAN MANDIRI 2

1. Diketahui p dan q akar-akar persamaan $2x^2 + x + a = 0$. Jika p, q dan $\frac{pq}{2}$ merupakan barisan geometri, maka tentukan a !

   Jawab:

2. Dari deret geometri diketahui $U_4 : U_6 = p$ dan $U_2 . U_8 = \frac{1}{p}$ maka tentukan U_1 !

   Jawab:

3. Jika jumlah n suku deret geometri yang rasionya r adalah S_n maka tentukan $\frac{S_{6n}}{S_{3n}}$!

   Jawab:

4. Diketahui barisan geometri dengan $U_1 = \sqrt[4]{x^3}$ dan $U_4 = \sqrt{x^x}$. Rasio barisan geometri tersebut adalah ….

   Jawab:

5. Jumlah n suku pertama deret geometri dinyatakandengan $S_n = 2_{n+1} + 2_n - 3$. Rasio deret itu adalah ….

   Jawab:

LIVEWORKSHEETS

3. Induksi Matematika

Induksi Matematika adalah Pembuktian suatu teorema atau rumus dengan cara pembuktian dari hal khusus ke yang umum.



Langkah-langkah:

1. Tunjukkan bahwa S (1) benar
2. Asumsikan S (k) maka S (k+1) benar
3. S (n) adalah benar untuk setiap n bilangan positif

Berikut ini Sebuah persamaan yang perlu dibuktikan.

" Tidak ada kata gagal, yang ada hanya sukses atau belajar. " - by Tung Desem Waringin

$S(n) = 1 + 3 + 5 + ... + 2n - 1 = n^2$

Langkah 1:

$n = 1$ maka $S(1) = 1^2 = 1$



langkah 2:

$n = k$

maka $S(k) = 1 + 3 + 5 + ... + 2n - 1 = k^2$

jadi akan dibuktikan benar pula $n = k - 1$

$S(k - 1) = 1 + 3 + 5 + ... + 2k - 1 + 2\ (k + 1) - 1 = (k + 1)^2$

Sederhanakan sisi kiri

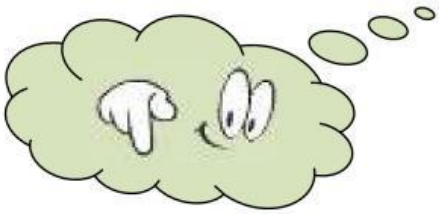
$k^2 = 1 + 3 + 5 + ... + 2k - 1$ maka

$k^2 + 2\ (k + 1) - 1 = (k + 1)^2$

$k^2 + 2k + 1 = k^2 + 2k + 1$ terbukti.

LIVEWORKSHEETS

SOAL ULANGAN





" Satu - satunya yang bisa menghalangi kita adalah keyakinan yang salah dan sikap yang negatif. "

by dr. Ernest Wong

1. Tentukan!
   a. unsur-unsur yang dinyatakan pada barisan aritmatika dibahwa ini

      a = 3, b = 7, U = 101

   jawab

   _____

   _____

   _____

   b. nilai ***a*** dan ***b*** nya jika....

      $U_{10} = 7$ dan $U_{14} = 15$

   Jawab:

   _____

   _____

   _____

2. Selesaikan soal berikut jika diketahui:
   a. $6 + 9 + 12 + 15 + \ldots\ldots S_{10} = \ldots..$

   Jawab:

   _____

   _____

   _____

LIVEWORKSHEETS

b. Jumlah n suku pertama dari sebuah deret aritmetika adalah S $n = \frac{1}{2}$ n (3n – 1). Beda dari barisan aritmetika itu adalah….

Jawab:

3. Dari suatu barisan geometri diketahui suku ke 2 adalah $\frac{4}{3}$ dan suku ke 5 adalah 36. Suku ke 6 barisan tersebut adalah….

Jawab:

4. Sebuah mobil dibeli dengan harga Rp.80.000.000,- Setiap tahun nilai jualnya menjadi $\frac{3}{4}$ dari harga sebelumnya. Berapa nilai jual setelah 3 tahun ?

Jawab:

5. Seorang anak menabung di suatu bank dengan selisih kenaikan tabungan antar bulan tetap. Pada bulan pertama sebesar Rp. 50.000, bulan kedua Rp. 55.000, bulan ketiga Rp. 60.000, dan seterusnya. Besar tabungan anak tersebut selama dua tahun adalah ....

Jawab:

6. Dari suatu deret geometri yang rasionya 2 diketahui jumlah 10 buah suku pertama sama dengan 3069. Hasil kali suku ke 4 dan ke 6 dari deret tersebut adalah...

Jawab:

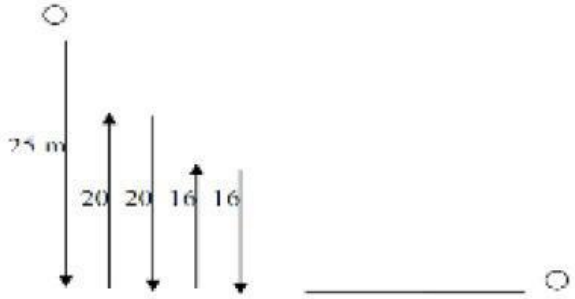
LIVEWORKSHEETS

7. Buktikanlah bahwa persamaan berikut benar!

   $1 + 4 + 7 + \ldots + (3n - 2) = \frac{1}{2}n\,(3n - 1)$

   Jawab:

8. Sebuah bola pingpong dijatuhkan dari ketinggian 25 m dan memantul kembali dengan ketinggian $\frac{4}{5}$ kali tinggi sebelumnya. Pemantulan ini berlangsung terus menerus hingga boleh berhenti. Jumlah seluruh lintasan bola adalah...



   Jawab:

9. Suatu keluarga mempunyai 6 anak yang usianya pada saat ini membentuk barisan aritmatika. Jika usia anak ke-3 adalah 7 tahun dan usia anak ke-5 adalah 12 tahun, maka jumlah usia enam anak tersebut adalah ….

   Jawab:

LIVEWORKSHEETS

10. Seutas tali dibagi menjadi 5 bagian dengan panjang membentuk suatu barisan geometri. Jika tali yang paling pendek adalah 16 cm dan tali yang paling panjang 81 cm, maka panjang tali semula adalah ....

Jawab:

_____

_____

_____

"اُطْلُبِ الْعِلْمَ مِنَ الْمَهْدِ إِلَى اللَّحْدِ "

" Tuntutlah ilmu dari semenjak buaian hingga ke liang lahad "





LIVEWORKSHEETS