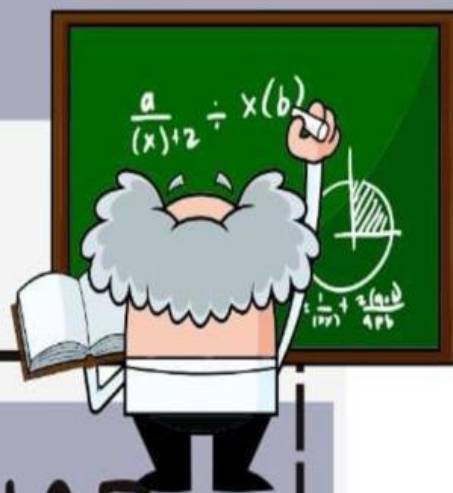
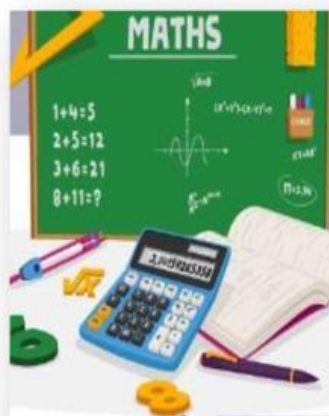


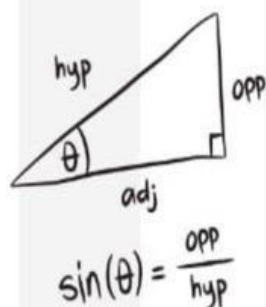


BAHAN AJAR

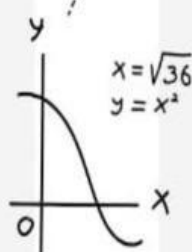
TRANSFORMASI GEOMETRI (TRANSLASI)

**KELAS XI SMA SEMESTER GANJIL
TAHUN PELAJARAN 2023/2024**

**DISUSUN OLEH
Kamaruddin, S.Pd**



$$a = \frac{V_f - V_i}{t}$$



$$2x + 47 = 0$$



$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$



Translasi (Pergeseran)

Apakah kamu pernah mengamati objek atau benda-benda yang bergerak di sekitarmu? Seperti kendaraan yang berjalan di jalan raya, pesawat yang melintas di udara, eskalator yang bergerak, atau diri kita sendiri yang bergerak kemana saja. Kegiatan tersebut menyebabkan benda atau objek mengalami perubahan posisi tanpa mengubah bentuk dan ukuran. Mari kita memahami konsep translasi dengan menyelesaikan Masalah 1.



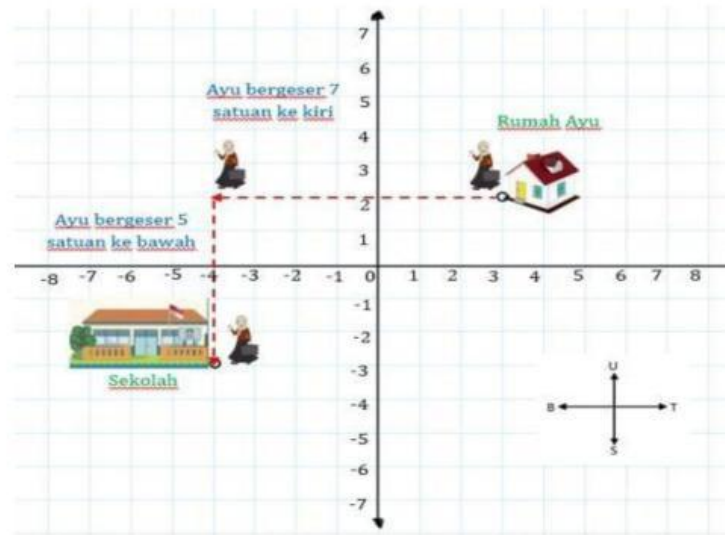
Masalah 1

Ayu ingin berangkat ke sekolah. Jika Ayu berangkat dari rumah maka untuk sampai ke sekolah ayu harus berjalan 7 satuan ke arah barat dan berjalan 5 satuan ke arah selatan. Coba kamu sketsa pergerakan Ayu pada bidang kartesius. Dapatkah kamu menemukan proses pergerakan Ayu dari rumah menuju sekolah?

Untuk memudahkan kita dalam memahami konsep translasi, kita dapat menggunakan pendekatan bidang Kartesius. Kita dapat mengasumsikan :

- sumbu X positif untuk pergeseran ke kanan;
- sumbu X negatif untuk pergeseran ke kiri;
- sumbu Y positif untuk pergeseran ke atas, dan
- sumbu Y negatif untuk pergeseran ke bawah.

Sehingga diperoleh gambar sebagai berikut :



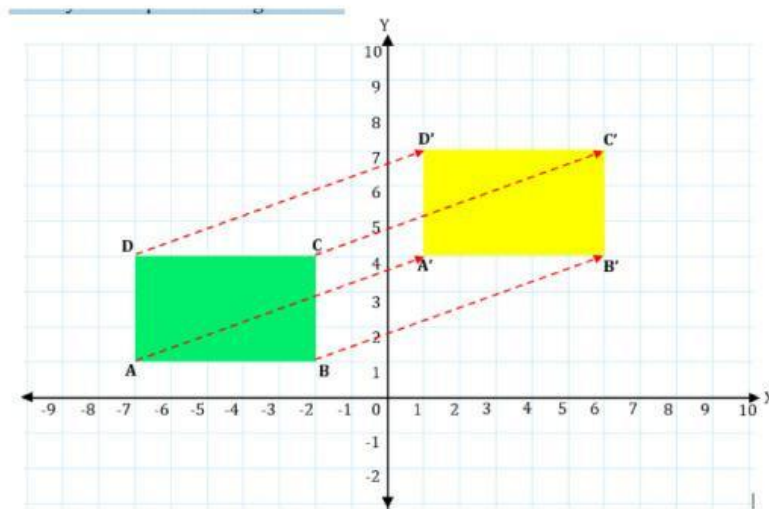
Gambar 1. Pergerakan Ayu dari Rumah ke Sekolah pada Bidang Kartesius

Sumber : Modul Pembelajaran SMA – Matematika Umum Kelas XI Kemdikbud

Posisi rumah Ayu berada pada koordinat (3,2). Untuk menuju ke sekolah, Ayu harus berjalan ke arah barat sejauh 7 satuan atau bergeser 7satuan ke kiri terhadap dari posisi rumahnya. Setelah itu, Ayu harus berjalan lagi ke arah selatan sejauh 5 satuan atau bergeser 5 satuan ke arah bawah. Jika kita melihat pada gambar di atas, posisi Ayu saat tiba di sekolah berada pada koordinat (-4, -3) atau dapat ditulis :

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -7 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix}$$

Untuk memudahkan kita dalam memahami konsep translasi, mariperhatikan gambar di bawah ini.



Gambar 2. Contoh Translasi Bidang

Persegi panjang $A'B'C'D'$ merupakan bayangan dari persegi panjang

$ABCD$ setelah ditranslasi sehingga diperoleh $AA' = BB' = CC' = DD'$.

- Pergeseran 1 :

Posisi awal titik A berada di kooordinat $(-7,1)$, kemudian bergerak ke kanan sejauh 8 satuan dan ke atas sejauh 3 satuan sehingga posisinya berubah menjadi $A'(1,4)$. Jika dinyatakan dalam bentuk perhitungan matematis menjadi :

$$\begin{pmatrix} -7 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 8 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

- Pergeseran 2 :

Posisi awal titik B berada di kooordinat $(-2,1)$, kemudian bergerak ke kanan sejauh 8 satuan dan ke atas sejauh 3 satuan sehingga posisinya berubah menjadi $B'(6,4)$. Jika dinyatakan dalam bentuk perhitungan matematis menjadi :

$$\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 8 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \end{pmatrix}$$

- Pergeseran 3 :

Posisi awal titik C berada di koordinat $(-2,4)$, kemudian bergerak ke kanan sejauh 8 satuan dan ke atas sejauh 3 satuan sehingga posisinya berubah menjadi $C'(6,7)$. Jika dinyatakan dalam bentuk perhitungan matematis menjadi :

$$\begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 8 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 7 \end{pmatrix}$$

- Pergeseran 4 :

Posisi awal titik D berada di koordinat $(-7,4)$, kemudian bergerak ke kanan sejauh 8 satuan dan ke atas sejauh 3 satuan sehingga posisinya berubah menjadi $D'(1,7)$. Jika dinyatakan dalam bentuk perhitungan matematis menjadi :

$$\begin{pmatrix} -7 \\ 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 8 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 7 \end{pmatrix}$$

Pergeseran setiap titik pada uraian di atas dapat disajikan dalam bentuk tabel seperti Tabel 1 di bawah ini.



Tabel 1. Translasi titik

Titik awal	Titik Akhir	Proses	Translasi
$A(-7, 1)$	$A'(1, 4)$	$\begin{pmatrix} -7 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 8 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$	$T = \begin{pmatrix} 8 \\ 3 \end{pmatrix}$
$B(-2, 1)$	$B'(6, 4)$	$\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 8 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \end{pmatrix}$	$T = \begin{pmatrix} 8 \\ 3 \end{pmatrix}$
$C(-2, 4)$	$C'(6, 7)$	$\begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 8 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 7 \end{pmatrix}$	$T = \begin{pmatrix} 8 \\ 3 \end{pmatrix}$
$D(-7, 4)$	$D'(1, 7)$	$\begin{pmatrix} -7 \\ 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 8 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 7 \end{pmatrix}$	$T = \begin{pmatrix} 8 \\ 3 \end{pmatrix}$

Berdasarkan tabel di atas, dapat kita peroleh konsep :

Translasi (pergeseran) adalah transformasi yang memindahkan titik-titik pada bidang dengan arah dan jarak tertentu.

Titik $A(x, y)$ ditranslasikan oleh $T\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ menghasilkan bayangan $A'(x', y')$ ditulis dengan

$$A(x, y) \xrightarrow{T\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}} A'(x', y')$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

Agar lebih memahami konsep translasi, berikut disajikan beberapa

contoh

Contoh Soal 1:

Jika titik $A(2, 3)$ ditranslasikan oleh $T(-3, 4)$ maka bayangan titik A adalah ...

Pembahasan :

Pada soal diketahui koordinat titik $A(2, 3)$ artinya $x = 2$ dan $y = 3$ akan ditranslasikan oleh $T\begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$ artinya $a = -3$ dan $b = 4$ sehingga dapat dituliskan

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 2 + (-3) \\ 3 + 4 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} -1 \\ 7 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Substitusi nilai x, y, a dan b

Lakukan proses penjumlahan pada matriks dengan menjumlahkan elemen-elemen matriks yang seletak

Contoh Soal 2:

Tentukan persamaan bayangan garis $3x + 5y - 7 = 0$ oleh $T\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$!

Pembahasan :

Pada soal diketahui persamaan garis $3x + 5y - 7 = 0$ akan ditranslasikan oleh $T\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ artinya $a = 2$ dan $b = -1$

Misal titik $A(x, y)$ memenuhi persamaan $3x + 5y - 7 = 0$ sehingga

$$A(x, y) \xrightarrow{T\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}} A'(x', y')$$

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} x + 2 \\ y - 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Substitusi nilai a dan b

Lakukan proses penjumlahan pada matriks dengan menjumlahkan elemen-elemen matriks yang seletak

Berdasarkan kesamaan dua matriks diperoleh

$$x' = x + 2 \rightarrow x = x' - 2$$

$$y' = y - 1 \rightarrow y = y' + 1$$

Substitusi $x = x' - 2$ dan $y = y' + 1$ ke persamaan garis $3x + 5y - 7 = 0$

$$3(x' - 2) + 5(y' + 1) - 7 = 0$$

$$3x' - 6 + 5y' + 5 - 7 = 0$$

$$3x' + 5y' - 8 = 0$$

Jadi persamaan bayangan garis adalah $3x + 5y - 8 = 0$

Rangkuman

- a. Translasi (pergeseran) adalah transformasi yang memindahkan titik-titik pada bidang dengan arah dan jarak tertentu.
- b. Titik $A(x, y)$ ditranslasikan oleh $T \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ menghasilkan bayangan $A'(x', y')$ dan bentuk persamaan matriknya menjadi $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$.
- c. $T \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ merupakan komponen translasi, a merupakan pergeseran secara horizontal dan b merupakan pergeseran secara vertikal.

Daftar Pustaka

- Junaedi, Iwan. 2019. *Pendalaman Materi Matematika – Modul 1 Geometri*. Jakarta: Kemdikbud.
- Istiqomah. 2020. *Modul Pembelajaran SMA Kelas Matematika Umum- Transformasi Geometri*. Jakarta: Kemdikbud.