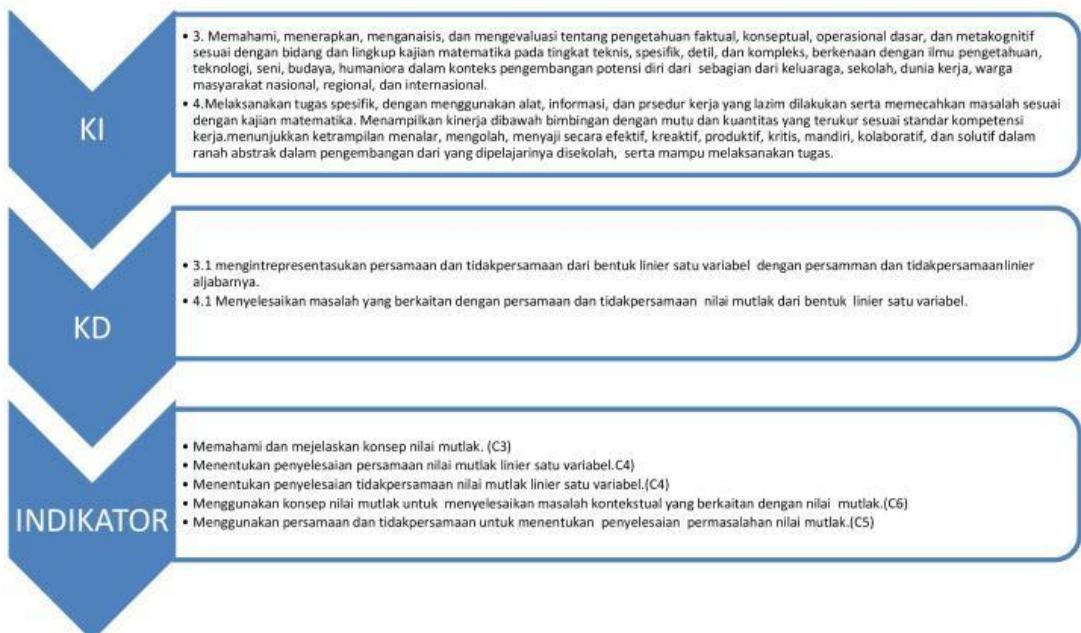


PETA KONSEP KI KD



KONSEP NILAI MUTLAK



Perhatikan peta Provinsi Jawa Tengah di atas, menggunakan penggaris, ukurlah jarak antara dua kota yang ditanyakan dalam pertanyaan berikut.

1. Berapakah jarak antara kab. Brebes dengan Kab. Grobogan?
2. Berapakah jarak antara kota semarang dengan Kab. Wonogiri ?

Dari kedua jawaban, adakah yang bernilai negatif?

Jarak tidak pernah bernilai negatif. Dalam matematika terdapat konsep sesuatu yang tidak pernah bernilai negatif yang disebut nilai mutlak. Nilai mutlak bilangan 3 ditulis $|3|$ adalah 3 dan nilai mutlak bilangan -3 ditulis $|-3|$ adalah 3. Berapapun besar atau nilai bilangan tersebut nilai mutlaknya tidak pernah bernilai negatif.

A. Konsep Nilai Mutlak Suatu Bilangan

Nilai mutlak yaitu “nilai suatu bilangan riil tanpa plus atau minus”. Nilai bilangan mutlak x , dinotasikan dengan $|x|$ (dibaca “ nilai mutlak dari x ”), didefinisikan sebagai berikut. $|x| = \text{jarak } x \text{ dari titik nol pada garis bilangan}$. Jarak -3 dari 0 adalah 3 sehingga $|-3| = 3$. Jarak 3 dari 0 adalah 3 sehingga $|3| = 3$.

Contoh : nilai $x = 5$, jarak x dari 0 adalah 5

Nilai $y = -2$, jarak xy dari 0 adalah 2

Nilai x dari sebarang bilangan $x \in$ bilangan real, yang dinotasikan dengan $|x|$, didefinisikan sebagai berikut. $|x| = x$ jika $x \geq 0$, $-x$ jika $x < 0$.

Contoh

1. Tentukan nilai mutlak berikut
 - a. $|6|$

b. $|-10|$

Jawaban :

- $|x| = x$ jika $x \geq 0$, $-x$ jika $x < 0$. Oleh karena itu $6 > 0$ maka $|6| = 6$.
- $|x| = x$ jika $x \geq 0$, $-x$ jika $x < 0$. Oleh Karen $-10 < 0$ maka $|-10| = -(-10) = 10$

B. Sifat-Sifat Niali Mutlak

- $|-x| = |x|$
- $|x| = \sqrt{x^2}$
- $|x|^2 = |-x^2| = x^2$
- Untuk sebarang $x, y \in$ bilangan real berlaku sebagai berikut.
 - $|x-y| = |y-x|$
 - $|xy| = |x||y|$
 - $|x+y| \leq |x|+|y|$
 - $|x-y| = |x|-|y|$

C. Fungsi Nilai Mutlak

Fungsi niali mutlak adalah fungsi yang variabelnya didalam tanda mutlak.

I. Fungsi nilai mutlak $f(x) = |x|$

Tabel titik bantu yang dilewati grafik fungsi $f(x) = |x|$.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y=f(x)= x 	4	3	2	1	0	1	2	3	4
(x,y)	(-4,4)	(-3,3)	(-2,2)	(-1,1)	(0,0)	(1,1)	(2,2)	(3,3)	(4,4)

Contoh

Tentukan nilai $|2x - 4|$ untuk nilai x berikut.

- $X = -7$
- $X = 5$

Jawaban :

a. Untuk $x = -7$

$$\begin{aligned}|2x-4| &= |2 \cdot (-7)-4| \\ &= |-14-4| \\ &= |-18| \\ &= -(-18)\end{aligned}$$

b. Untuk $x = 5$

$$\begin{aligned}|2x - 4| &= |2 \cdot (5)-4| \\ &= |10-4| \\ &= |6| \\ &= 6\end{aligned}$$

2. Persamaan Nilai Mutlak

A. Konsep persamaan nilai mutlak

Persamaan nilai mutlak adalah persamaan yang memuat tanda mutlak dan variabelnya berada di dalam tanda nilai mutlak. Contoh $|x-2| = 3$

Bentuk umum persamaan nilai mutlak;

Untuk $f(x)$ dan $g(x)$ fungsi dalam variable x

1. $|f(x)| = c$ dengan syarat $c \geq 0$
2. $|f(x)| = |g(x)|$
3. $|f(x)| = g(x)$ dengan syarat $g(x) \geq 0$

Penyelesaian persamaan nilai mutlak adalah bilangan-bilangan pengganti dari variable yang membuat persamaan menjadi pernyataan bernilai benar. Contoh ;

Penyelesaian persamaan $|x-2| = 3$ adalah 5 dan -1 karena pernyataan $|5-2| = 3$ bernilai benar dan pernyataan $|-1-2| = 3$ bernilai mutlak.

Menetukan penyelesaian persamaan nilai mutlak

- a. Menggunakan definisi nilai mutlak sebagai jarak

Persamaan nilai mutlak dapat diselesaikan dengan menggunakan definisi nilai mutlak sebagai jarak. Menggunakan analogy yang diperoleh :

$$|3-2| = \text{jarak bilangan } 3 \text{ dari } 2 = 1$$

$$|x-2| = \text{jarak bilangan } x \text{ dari } 2$$

- b. Menggunakan definisi nilai mutlak

Persamaan nilai mutlak $|ax + b| = c$

$$|ax + b| = ax + b \text{ jika } ax + b \geq 0 \text{ dan } -(ax + b) \text{ jika } (ax + b) < 0$$

Dari definisi dapat diperoleh hubungan sebagai berikut :

- $$|ax + b| = c$$
- $ax + b = c$ atau $-(ax + b)$
 - $ax + b = c$ atau $ax + b = -c$

persamaan $|ax + b| = c$ dapat diselesaikan dengan penyelesaian persamaan $ax + b = -c$

persamaan $|x-2| = 3$

$$x-2 = 3 \text{ atau } x-2 = -3$$

$$x = t \text{ atau } -x + 2 = 3$$

$$x = 5 \text{ atau } x = -1$$

c . Pertidaksamaan nilai mutlak

Konsep Pertidaksamaan Nilai Mutlak

Misalkan $|x|$ adalah nilai mutlak x dan a suatu bilangan real.

- Jika $x \leq a$ maka $-a \leq x \leq a$.
- Jika $x \geq a$ maka $x \leq -a$ atau $x \geq a$.

Konsep nilai mutlak tersebut dapat diperluas pada fungsi nilai mutlak. misalkan $f(x)$ suatu fungsi dalam variable x maka berlaku fungsi nilai mutlak $|f(x)|$ sebagai berikut.

- Jika $|f(x)| \leq a$ maka $-a \leq f(x) \leq a$.
- Jika $|f(x)| \geq a$ maka $f(x) \leq -a$ atau $f(x) \geq a$.

Jika $f(x) = |2x - 1| \leq 3$ nerupakan pertidaksamaan mutlak.

Bentuk umum pertidaksamaan mutlak.

$$|f(x)| > c \quad |f(x)| > |(gx)| \quad |f(x)| > g(x)$$

$$|f(x)| \geq c \quad |f(x)| \geq |(gx)| \quad |f(x)| \geq g(x)$$

$$|f(x)| < c \quad |f(x)| < |(gx)| \quad |f(x)| < g(x)$$

$$|f(x)| \leq c \quad |f(x)| \leq |(gx)| \quad |f(x)| \leq g(x)$$

Dengan c bilangan real dan $f(x)$ atau $g(x)$ merupakan fungsi dari variable x .

Penyelesaian pertidaksamaan niali mutlak

Penyelesaian pertidaksamaan nilai mutlak adalah bilangan-bilangan pengganti dari variabel yang membuat pertidaksamaan menjadi pernyataan menjadi benar.

Contoh ‘

Penyelesaian $|x - 1| \leq 2$ diantarnya adalah $-1 \leq x \leq 3$ karena nilai x pada interval $-1 \leq x \leq 3$ membuat pertanyaan pertidaksamaan mutlak menjadi bernilai benar.

Untuk $x = -1$ diperoleh $|-1 - 1| \leq 2 \dots \dots 2 \leq 2$ (benar)

Untuk $x = 0$ diperoleh $|0 - 1| \leq \dots \dots 1 \leq 2$ (benar)

Untuk $x = 1$ diperoleh $|1 - 1| \leq \dots \dots 0 \leq 2$ (benar)

Penyelesaian $|x-1| \leq 2$ diantaranya adalah $x = -1, x = 0, x = 1$.

Contoh

tentukan batas-batas niali x yang memenuhi oertidaksamaan berikut.

$$|2x + 6| \geq |x+ 5|$$

Kedua ruas bernilai positif kedua ruas dikuadratkan.

$$|2x + 6|^2 \geq |x + 5|^2$$

$$(2x + 6)^2 \geq (x + 5)^2$$

$$(2x + 6)^2 - (x + 5)^2 \geq 0$$

$$(3x + 11)(x + 1) \geq 0$$

Penyelesaiannya : $x \leq -\frac{11}{3}$ atau $x \geq -1$.

Jadi, batas x yang memenuhi

$$|2x + 6| \geq |x + 5|$$

Adalah $x \leq -\frac{11}{3}$ atau $x \geq -1$.