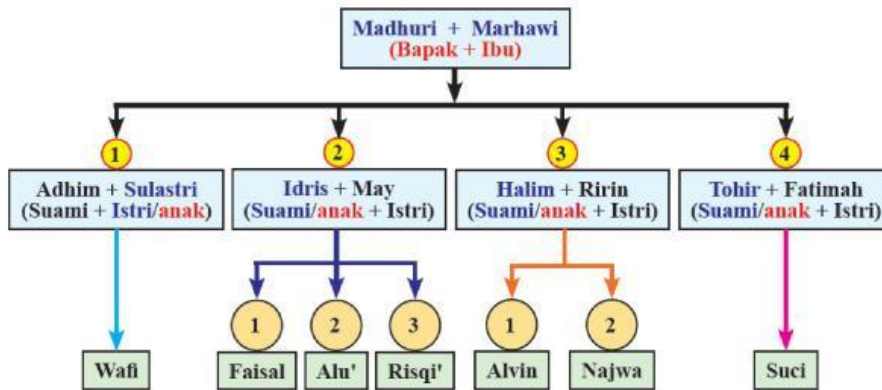


BAB III RELASI DAN FUNGSI

A. RELASI

Bacalah dengan cermat materi berikut.



Pernahkah kalian melihat silsilah suatu keluarga? Pada gambar di atas, terdapat silsilah keluarga Pak Madhuri. Tanda panah pada silsilah menunjukkan hubungan “mempunyai anak”. Empat anak Pak Madhuri dan Bu Marhawi adalah Sulastris, Idris, Halim, dan Tohir. Hubungan antara Pak Madhuri dan anak-anaknya dapat disajikan dalam suatu relasi (hubungan) dengan menggunakan konsep himpunan. Untuk mengetahui cara menyajikan permasalahan tersebut dalam bentuk relasi, simaklah uraian berikut.

1. Pengertian Relasi

Relasi adalah aturan yang memasangkan anggota suatu himpunan ke himpunan lain. Himpunan A dan B dikatakan memiliki relasi jika terdapat hubungan antara anggota himpunan A dengan himpunan B .

Berikut merupakan contoh relasi.

Hasil pengambilan data mengenai pelajaran yang disukai lima siswa kelas VIII oleh guru BK diperoleh data sebagai berikut.

- Abdul menyukai pelajaran matematika dan IPA.
- Budi menyukai pelajaran IPA, IPS, dan kesenian.
- Candra menyukai pelajaran olahraga dan keterampilan.
- Dini menyukai pelajaran kesenian dan Bahasa Inggris.
- Elok menyukai pelajaran matematika, IPA, dan keterampilan.



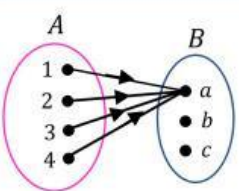
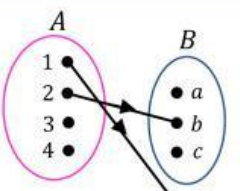
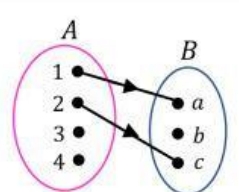
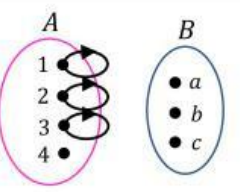
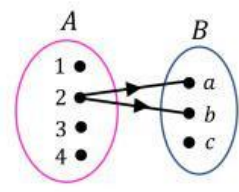
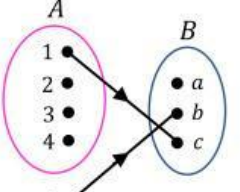
Data mengenai pelajaran yang disukai siswa tersebut dapat dituliskan dalam bentuk tabel sebagai berikut.

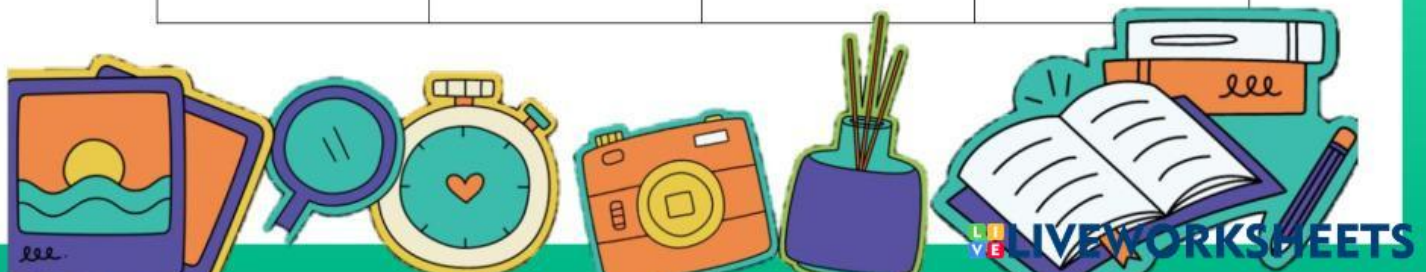
Nama siswa	Pelajaran yang disukai
Abdul	Matematika, IPA
Budi	IPA, IPS, Kesenian
Candra	Olahraga, Keterampilan
Dini	Kesenian, Bahasa Inggris
Elok	Matematika, IPA, Keterampilan

Dari tabel, misalkan $A = \{\text{Abdul, Budi, Candra, Dini, Elok}\}$ dan $B = \{\text{Matematika, IPA, IPS, Bahasa Inggris, Kesenian, Keterampilan, Olahraga}\}$, serta hubungan antara himpunan A dan B menunjukkan relasi “pelajaran yang disukai”.

Berikut merupakan perbandingan antara relasi dan bukan relasi.

Misalkan $A = \{1, 2, 3, 4\}$ dan $B = \{a, b, c\}$

Relasi		Bukan Relasi	
Diagram panah	Himpunan pasangan berurutan	Diagram panah	Himpunan pasangan berurutan
	$\{(1, a), (2, a), (3, a), (4, a)\}$		$\{(1, d), (2, b)\}$
	$\{(1, a), (2, c)\}$		$\{(1, 1), (2, 2), (3, 3)\}$
	$\{(2, a), (2, c)\}$		$\{(1, c), (5, b)\}$



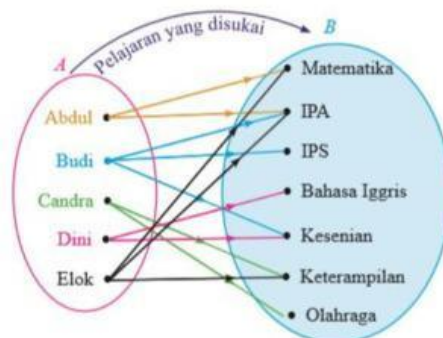
2. Bentuk-bentuk Penyajian Relasi

Relasi dapat dinyatakan dengan menggunakan tiga bentuk penyajian, yaitu diagram panah, diagram Kartesius, dan himpunan pasangan berurutan.

a. Diagram Panah

Diagram panah adalah suatu diagram yang digunakan untuk menyatakan bentuk relasi, fungsi, dan korespondensi satu-satu. Arah panah pada diagram panah menunjukkan relasi dari himpunan pertama dengan himpunan kedua.

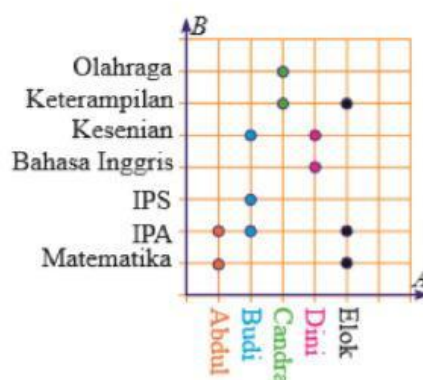
Berikut merupakan bentuk diagram panah dari relasi “pelajaran yang disukai”.



b. Diagram Kartesius

Diagram Kartesius adalah sistem koordinat yang digunakan untuk menentukan letak titik atau objek berdasarkan letaknya terhadap sumbu x (sumbu mendatar) dan sumbu y (sumbu tegak). Setiap anggota himpunan pertama yang berelasi dengan anggota himpunan kedua digambarkan dengan titik pada bidang koordinat.

Berikut merupakan bentuk diagram Kartesius dari relasi “pelajaran yang disukai”.



Anggota-anggota himpunan A berada pada sumbu mendatar dan anggota-anggota himpunan B berada pada sumbu tegak.



c. Himpunan Pasangan Berurutan

Himpunan pasangan berurutan adalah suatu pasangan bilangan terurut dalam bentuk (x, y) dengan x merupakan bilangan pertama dan y merupakan bilangan kedua.

Berikut merupakan bentuk himpunan pasangan berurutan dari relasi “pelajaran yang disukai”.

Himpunan pasangan berurutan dari himpunan A ke himpunan B adalah $\{(Abdul, Matematika), (Abdul, IPA), (Budi, IPA), (Budi, IPS), (Budi, Kesenian), (Candra, Keterampilan), (Candra, Olahraga), (Dini, Bahasa Inggris), (Dini, Kesenian), (Elok, Matematika), (Elok, IPA), (Elok, Keterampilan)\}$

Berikut merupakan perbandingan dari ketiga bentuk relasi.

Misalkan $A = \{1, 2, 3, 4\}$ dan $B = \{a, b, c\}$

Diagram Panah	Diagram Kartesius	Himpunan Pasangan Berurutan
		$\{(1, a), (2, a), (3, a), (4, a)\}$
		$\{(1, a), (1, b), (1, c)\}$
		$\{(2, c), (3, c), (4, b), (4, c)\}$
		$\{(2, b)\}$



B. FUNGSI

Bacalah dengan cermat materi berikut.

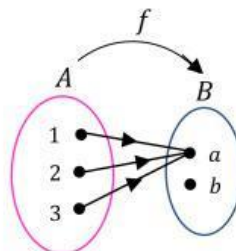


Pernahkan kalian mendengar tentang golongan darah? Atau apakah kalian tahu apa golongan darah kalian? Setiap orang mempunyai satu golongan darah yang berbeda-beda, ada yang bergolongan darah A, B, O, atau AB. Pada pertemuan sebelumnya kalian telah belajar mengenai hubungan antara dua himpunan yang disebut dengan relasi. Nah, hubungan antara sekelompok orang dengan golongan darah juga merupakan relasi, namun terdapat aturan tertentu sehingga hubungan antara kedua himpunan disebut sebagai fungsi. Untuk mengetahui lebih dalam mengenai fungsi, simaklah uraian berikut.

1. Pengertian Fungsi

Fungsi adalah relasi yang memetakan setiap anggota himpunan pertama dengan tepat satu anggota himpunan kedua. Suatu fungsi dapat dinotasikan dengan huruf kecil seperti f, g, h .

Misalkan $A = \{1, 2, 3\}$ dan $B = \{a, b\}$. Fungsi f dari himpunan A ke himpunan B yang dinotasikan dengan $f: A \rightarrow B$ digambarkan sebagai berikut.



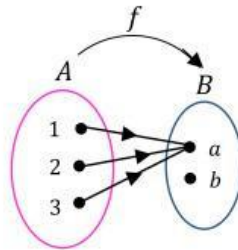
2. Unsur-unsur Fungsi

Terdapat tiga unsur-unsur fungsi, yaitu sebagai berikut.

- 1) Domain (daerah asal) adalah himpunan elemen pertama suatu fungsi.
- 2) Kodomain (daerah kawan) adalah himpunan elemen kedua suatu fungsi.
- 3) Range (daerah hasil) adalah himpunan bagian dari kodomain (daerah kawan) yang semua anggotanya mempunyai pasangan di domain (daerah asal).

Perhatikan diagram panah di bawah ini.

Fungsi f memetakan himpunan A ke himpunan B digambarkan sebagai berikut.



Pada diagram panah tersebut,

- a. Himpunan A merupakan daerah asal atau domain.
- b. Himpunan B merupakan daerah kawan atau kodomain.
- c. Himpunan $\{a\}$ merupakan daerah hasil atau range.

3. Karakteristik Fungsi

Suatu fungsi mempunyai beberapa karakteristik yang harus dipenuhi, yaitu

- 1) Himpunan A dan himpunan B bukan himpunan kosong.
- 2) Pasangan setiap anggota himpunan A tidak boleh lebih dari satu.
- 3) Setiap anggota himpunan A harus mempunyai pasangan di himpunan B .
- 4) Anggota himpunan B boleh tidak mempunyai pasangan di himpunan A atau mempunyai pasangan lebih dari satu.

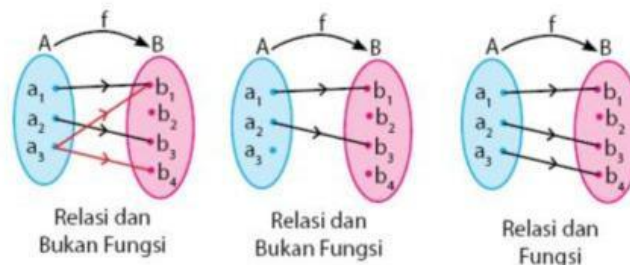


Berikut merupakan perbandingan antara fungsi dan bukan fungsi.

Misalkan $A = \{1, 2, 3\}$ dan $B = \{a, b\}$

Fungsi		Bukan Fungsi	
Diagram panah	Himpunan pasangan berurutan	Diagram panah	Himpunan pasangan berurutan
	$\{(1, a), (2, a), (3, b)\}$		$\{(1, a), (2, a), (3, a)\}$
	$\{(1, a), (2, b), (3, b)\}$		$\{(1, a), (1, b), (3, b)\}$

Berikut perbandingan antara relasi yang merupakan fungsi dan bukan merupakan fungsi.



Dari tabel dan diagram panah di atas, dapat diketahui bahwa fungsi merupakan relasi, namun relasi belum tentu merupakan fungsi. Hal ini dikarenakan, pada relasi tidak ada aturan khusus untuk memasangkan setiap anggota himpunan daerah asal ke daerah kawan seperti halnya pada fungsi.



C. BENTUK PENYAJIAN FUNGSI

Bacalah dengan cermat materi berikut.

Untuk mengetahui lebih dalam mengenai bentuk penyajian fungsi cara menentukan banyak fungsi, dan penyelesaian masalah yang berkaitan dengan fungsi, simaklah uraian berikut.

1. Menyajikan Fungsi

Untuk menyajikan suatu fungsi, caranya sama seperti menyajikan suatu relasi, karena fungsi merupakan bentuk khusus dari suatu relasi. Ada tiga cara dalam menyajikan suatu fungsi yaitu diagram panah, diagram Kartesius dan himpunan pasangan berurutan. Sebelum menyajikan suatu fungsi kedalam tiga bentuk tersebut, kalian harus memahami terlebih dahulu cara menentukan nilai suatu fungsi.

Contoh :

Misalkan $P = \{0, 2, 4\}$ dan $Q = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$. Jika fungsi $f: P \rightarrow Q$ ditentukan dengan $f(x) = x - 2$.

Penyelesaian :

$$f(0) = 0 - 2 = -2$$

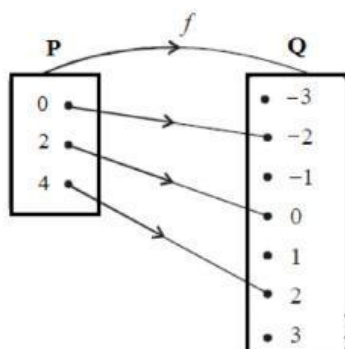
$$f(2) = 2 - 2 = 0$$

$$f(4) = 4 - 2 = 2$$

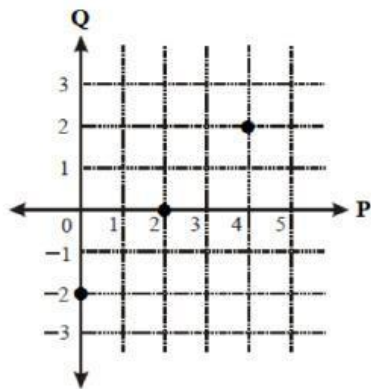
Seperti yang diketahui, $P = \{0, 2, 4\}$ merupakan domain (daerah asal), himpunan $Q = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ merupakan kodomain (daerah kawan) dan range (daerah hasil) yaitu $\{-2, 0, 2\}$.

Fungsi f tersebut dapat disajikan dalam tiga cara, yaitu

a. Diagram Panah



b. Diagram Kartesius



c. Himpunan Pasangan Berurutan

Himpunan pasangan berurutan dari fungsi f adalah $\{(0, -2), (2, 0), (4, 2)\}$.

2. Menentukan Banyak Fungsi

Jika banyak anggota A adalah $n(A)$ dan banyak anggota B adalah $n(B)$ maka banyaknya fungsi dari himpunan A ke himpunan B adalah $n(B)^{n(A)}$.

Contoh :

$A = \{1, 2, 3\}$ dan $B = \{a, b, c, d\}$

Tentukan banyaknya fungsi dari himpunan A ke himpunan B .

Penyelesaian :

$$n(A) = 3 \text{ dan } n(B) = 4$$

$$n(B)^{n(A)} = 4^3 = 64$$

Jadi, banyaknya fungsi dari himpunan A ke himpunan B adalah 64.

3. Notasi dan Rumus Fungsi Linear

a. Notasi fungsi linear

Fungsi linear dinotasikan dengan $f : x \rightarrow ax + b$

dengan,

f = nama fungsi

x = anggota daerah asal

$ax + b$ = bayangan dari x



b. Rumus fungsi linear

$$f(x) = ax + b$$

x variabel dan $f(x)$ nilai fungsi

Contoh:

$$f(x) = 2x + 2$$

Nilai fungsi untuk $x = 2$ adalah $f(2) = 2(2) + 2 = 6$.

c. Grafik fungsi linear

Contoh:

1) Gambarlah grafik fungsi $f(x) = 2x + 2$

Penyelesaian :

Tentukan titik potong dengan sumbu x dan y terlebih dahulu:

titik potong dengan sumbu x jika $f(x) = 0$

$$0 = 2x + 2$$

$$2x = -2, \text{ maka } x = -1$$

diperoleh koordinat titik $(-1,0)$

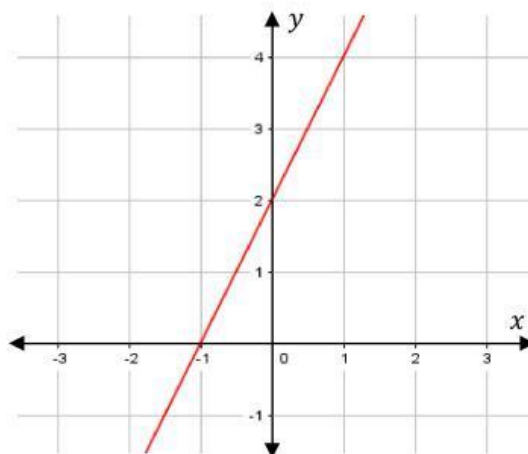
titik potong dengan sumbu y jika $x = 0$

$$f(x) = 2x + 2$$

$$f(x) = 2 \cdot 0 + 2 = 2$$

diperoleh titik $(0,2)$

Buat sumbu koordinat dengan titik-titik $(-1,0)$ dan $(0,2)$ tersebut, kemudian tarik garis lurus yang melewati titik-titik koordinat tersebut.



4. Menyelesaikan Masalah yang Berkaitan dengan Fungsi

Contoh :

1) Diketahui $f(x) = 4x - 9$

Tentukan :

a. Bayangan dari 2

b. $f(-x + 1)$

Penyelesaian :

$$f(x) = 4x - 9$$

a. $f(2) = 4(2) - 9$

$$= 8 - 9$$

$$= -1$$

b. $f(-x + 1) = 4(-x + 1) - 9$

$$= -4x + 4 - 9$$

$$= -4x - 5$$

2) Diketahui fungsi $f(x) = ax + b$. Jika $f(0) = -2$ dan $f(-4) = -14$. Tentukan bentuk fungsi $f(x)$.

Penyelesaian :

$$f(x) = ax + b$$

$$f(0) = 0 \quad \text{maka} \quad b = -2$$

$$f(-4) = -14 \quad \text{maka} \quad -4a + b = -14$$

$$-4a - 2 = -14$$

$$-4a = -12$$

$$a = 3$$

Jadi, $f(x) = 3x - 2$



D. KORESPONDENSI SATU-SATU

Bacalah dengan cermat materi berikut.



Perhatikan deretan rumah suatu perumahan di Kota Malang tersebut. Setiap rumah memiliki nomor rumah tertentu yang berbeda dengan nomor rumah lainnya. Coba kalian pikirkan, apakah mungkin satu rumah memiliki lebih dari satu nomor rumah? Atau apakah mungkin dua rumah memiliki nomor rumah yang sama? Tentu saja jawabannya adalah tidak. Hubungan antara rumah dan nomor rumah merupakan suatu fungsi yang disebut *korespondensi satu-satu*. Agar kalian lebih memahami mengenai korespondensi satu-satu, simaklah uraian berikut.

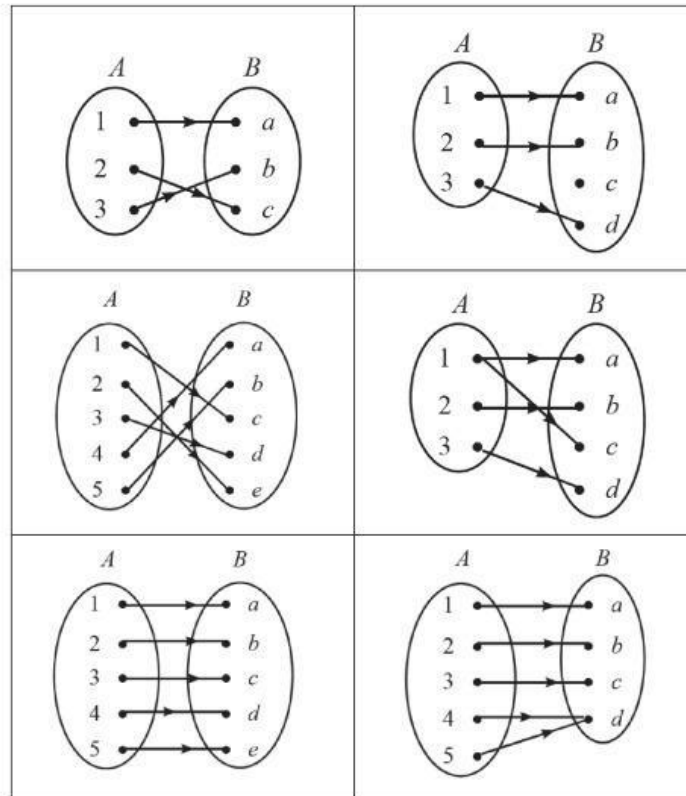
1. Pengertian Korespondensi Satu-Satu

Korespondensi satu-satu adalah fungsi yang memetakan setiap anggota himpunan A dengan tepat satu anggota himpunan B dan setiap anggota himpunan B dengan tepat satu anggota himpunan A . Jadi, banyak anggota himpunan A dan himpunan B harus sama atau $n(A) = n(B)$.

Berikut merupakan perbandingan antara korespondensi satu-satu dan bukan korespondensi satu-satu.

Korespondensi Satu-satu	Bukan Korespondensi Satu-satu





2. Banyaknya Korespondensi Satu-satu

Banyaknya korespondensi satu-satu dari himpunan A ke himpunan B dapat ditentukan sebagai berikut.

Banyaknya anggota himpunan A ($n(A)$)	Banyaknya anggota himpunan B ($n(B)$)	Banyaknya korespondensi satu-satu
1	1	1
2	2	$2 = 1 \times 2$
3	3	$6 = 1 \times 2 \times 3$
4	4	$24 = 1 \times 2 \times 3 \times 4$
n	n	$1 \times 2 \times 3 \times \dots \times n$

