

LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK

Materi : Limit Tak Hingga Fungsi Aljabar

Kelas/Semester : XII/Gasal

Alokasi Waktu : 60 menit

Tujuan Pembelajaran

Setelah pembelajaran diharapkan peserta didik dapat:

1. Memahami konsep limit ketakhinggaan
2. Memahami sifat dan operasi limit ketakhinggaan
3. Menentukan nilai limit tak hingga bentuk polinomial
4. Menentukan nilai limit tak hingga bentuk rasional
5. Menentukan nilai limit tak hingga bentuk irrasional



Anggota Kelompok:

1.
2.
3.
4.
5.
6.

Petunjuk

1. Tuliskan dan nama, kelas, no. absen pada tempat yang telah tersedia
2. Bacalah LKPD dengan cermat
3. Kerjakan secara berkelompok dan tanyakan pada guru apabila ada yang kurang jelas.
4. Jika sudah selesai mengerjakan jangan membuat gaduh di kelas

Materi

Definisi dari symbol tak hingga (infinity) adalah sebuah konsep abstrak yang menggambarkan sesuatu yang tanpa batas. Tak hingga diberi symbol ∞ "sesuatu" yang lebih besar dari bilangan manapun tetapi sesuatu itu BUKAN bilangan, dengan kata lain tidak ada bilangan yang lebih besar dari ∞ .

Menentukan nilai limit fungsi untuk tak hingga berarti menentukan nilai fungsi $f(x)$ untuk x semakin besar mendekati tak hingga. Perhatikan contoh berikut!

Misalkan: $f(x) = \frac{1}{x}$ dengan $x \rightarrow \infty$ (mendekati tak hingga)

x	1	10	100	1000	10^6	...	∞
$f(x) = \frac{1}{x}$	1	0,1	0,01	0,001	0,000001	...	0

Dari tabel di atas, tampak bahwa untuk nilai x semakin besar mendekati tak hingga mengakibatkan nilai fungsi $f(x)$ semakin kecil mendekati 0 sehingga diperoleh $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 0$

Rumus Dasar Limit Tak Hingga

Jika $n > 0$ adalah bilangan rasional maka:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a}{x^n} = 0$$

Untuk menyelesaikan limit fungsi aljabar mendekati tak hingga kita gunakan rumus dasar limit tak hingga. Artinya kita harus mengarahkan bentuk limit tak hingga menjadi rumus dasar dengan cara:

1. Metode substitusi langsung digunakan untuk menyelesaikan limit tak hingga bentuk polinomial
2. Membagi dengan variabel pangkat tertinggi digunakan untuk menyelesaikan limit tak hingga bentuk rasional atau pecahan
3. Merasional atau mengalikan dengan bentuk sekawan digunakan untuk menyelesaikan limit tak hingga bentuk irasional atau bentuk akar.

Kegiatan 1 "Limit tak hingga bentuk rasional"

1. Tentukan nilai $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 3x^2 + 5}{5x^3 - 4x + 1}$!

Variabel pangkat tertinggi dari soal di atas adalah x^3 , maka pada soal tersebut kita bagi dengan variabel pangkat tertingginya sehingga menjadi:

$$\begin{aligned}
 & \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 3x^2 + 5}{5x^3 - 4x + 1} \\
 &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{2x^3}{x^3} + \frac{3x^2}{x^3} + \frac{5}{x^3}}{\frac{5x^3}{x^3} - \frac{4x}{x^3} + \frac{1}{x^3}} \\
 &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 + \frac{3}{x} + \frac{5}{x^3}}{5 - \frac{4}{x^2} + \frac{1}{x^3}} \\
 &= \frac{2 + \frac{3}{\infty} + \frac{5}{\infty^3}}{5 - \frac{4}{\infty^2} + \frac{1}{\infty^3}} \\
 &= \frac{2 + 0 + 0}{5 + 0 + 0} \\
 &= \frac{2}{5}
 \end{aligned}$$

Gunakan rumus dasar limit tak hingga

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a}{x^n} = 0$$

2. Tentukan nilai $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-2x^2 - 5}{5x^8 - 4x + 3}$!

Jawab:

3. Tentukan nilai $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5 - 2x^3 + 5x - 1}{3x^2 - 4x + 1}$!

Jawab:

Kesimpulan

Dari soal nomor 1 sampai dengan nomor 3 pada kegiatan 1 yang sudah kalian kerjakan, buatlah kesimpulan tentang bentuk umum limit tak hingga bentuk rasional atau pecahan!

Jawab:

Kegiatan 2 "Limit tak hingga bentuk irasional"

1. Tentukan nilai $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{2x^2 + 5x - 1} - \sqrt{x^2 + 2x - 3}$!

Pada soal di atas harus dirasionalkan dengan bentuk sekawannya, tujuannya untuk merubah menjadi bentuk pecahan.

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{2x^2 + 5x - 1} - \sqrt{x^2 + 2x - 3} \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{2x^2 + 5x - 1} - \sqrt{x^2 + 2x - 3} \cdot \frac{\sqrt{2x^2 + 5x - 1} + \sqrt{x^2 + 2x - 3}}{\sqrt{2x^2 + 5x - 1} + \sqrt{x^2 + 2x - 3}} \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x^2 + 5x - 1) - (x^2 + 2x - 3)}{\sqrt{2x^2 + 5x - 1} + \sqrt{x^2 + 2x - 3}} \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 3x + 2}{\sqrt{2x^2 + 5x - 1} + \sqrt{x^2 + 2x - 3}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{x^2}{x^2} + \frac{3x}{x^2} + \frac{2}{x^2}}{\sqrt{\frac{2x^2}{x^4} + \frac{5x}{x^4} - \frac{1}{x^4}} + \sqrt{\frac{x^2}{x^4} + \frac{2x}{x^4} - \frac{3}{x^4}}} \\
&= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{3}{x} + \frac{2}{x^2}}{\sqrt{\frac{2}{x^2} + \frac{5}{x^3} - \frac{1}{x^4}} + \sqrt{\frac{1}{x^2} + \frac{2}{x^3} - \frac{3}{x^4}}} \\
&= \frac{1 + \frac{3}{\infty} + \frac{2}{\infty^2}}{\sqrt{\frac{2}{\infty^2} + \frac{5}{\infty^3} - \frac{1}{\infty^4}} + \sqrt{\frac{1}{\infty^2} + \frac{2}{\infty^3} - \frac{3}{\infty^4}}} \\
&= \frac{1 + 0 + 0}{\sqrt{0 + 0 - 0} + \sqrt{0 + 0 - 0}} \\
&= \frac{1}{0} \\
&= \infty
\end{aligned}$$

2. Tentukan nilai $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 - 2x + 5} - \sqrt{x^2 + 2x + 11}$!

Jawab:

4. Tentukan nilai $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{2x^2 - 5x + 7} - \sqrt{4x^2 - 3x - 5}$!

Jawab:

Kesimpulan

Dari soal nomor 1 sampai dengan nomor 3 pada kegiatan 2 yang sudah kalian kerjakan, buatlah kesimpulan tentang bentuk umum limit tak hingga bentuk irasional atau akar!

Jawab:

Tes Pemahaman

1. Nilai $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(1-2x)^3}{(x-1)(2x^2+x+1)} = \dots$ (Soal UM STIS 2011)
2. Nilai dari $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(3 - x + \frac{x^2-2x}{x+5} \right) = \dots$
3. Nilai dari $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{2x^2 + 5x + 6} - \sqrt{2x^2 + 2x - 1}) = \dots$ (Soal UM UGM 2003)
4. Nilai $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{5x+4} - \sqrt{3x+9}}{4x} = \dots$ (Soal UN Matematika 2009)
5. Nilai $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2 + 4x - 3} - (2x - 5)) = \dots$ (Soal UN Matematika 2016)

Jawaban