



Lembar Kegiatan Peserta Didik

Penyelesaian SPLDV

Penyelesaian Sistem Persamaan Linear Dua Variabel (SPLDV) dapat dilakukan dengan determinan matriks yang dikenal dengan cara Cramer.

Misalkan diberikan SPLDV $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$

Bentuk matriks persamaan tersebut :

$$\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} \text{ atau } \begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix}$$

Untuk menentukan nilai x dan y yaitu menggunakan determinan matriks tersebut :

$$x = \frac{D_x}{D}$$

D_x adalah determinan matriks dengan elemen koefisien x diganti dengan elemen konstanta

$$D_x = \begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}$$

D adalah determinan matriks tanpa mengganti elemen matriks

$$D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$$

$$\text{Maka diperoleh } x = \frac{D_x}{D} = \frac{\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}} = \frac{c_1 b_2 - c_2 b_1}{a_1 b_2 - a_2 b_1}$$

Dari pengamatan di atas, untuk menentukan nilai y yaitu :

$$y = \frac{D_y}{D}; \text{ dengan } D_y = \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix} \text{ dan } D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$$

$$\text{Maka diperoleh } y = \frac{D_y}{D} = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}} = \frac{a_1 c_2 - a_2 c_1}{a_1 b_2 - a_2 b_1}$$



YUK KITA PAHAMI

1. Diketahui SPLDV $\begin{cases} 4x + 3y = 1 \\ 2x + 5y = 11 \end{cases}$, tentukan nilai x dan y dengan menggunakan determinan matriks !
2. Diketahui SPLDV $\begin{cases} 3x + 2y = 3 \\ 4x + 5y = 11 \end{cases}$, tentukan nilai x dan y dengan menggunakan determinan matriks !

Penyelesaian

1. Diketahui :

$$\text{SPLDV} \begin{cases} 4x + 3y = 1 \\ 2x + 5y = 11 \end{cases}$$

Ditanya : Nilai x dan y

Jawab :

$$\text{Bentuk matriks} \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 11 \end{bmatrix}$$

$$D_x = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 11 & 5 \end{vmatrix} = \dots - \dots = \dots$$

$$D_y = \begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 11 \end{vmatrix} = \dots - \dots = \dots$$

$$D = \begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} = \dots - \dots = \dots$$

$$x = \frac{\dots}{D} = \frac{\dots}{\dots} = \dots$$

$$y = \frac{\dots}{D} = \frac{\dots}{\dots} = \dots$$

Himpunan Penyelesaian : $HP = \{\dots, \dots\}$

2. Diketahui :

$$\text{SPLDV} \begin{cases} 3x + 2y = 3 \\ 4x + 5y = 11 \end{cases}$$

Ditanya : Nilai x dan y

Jawab :

$$\text{Bentuk matriks} \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 11 \end{bmatrix}$$

$$D_x = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 11 & 5 \end{vmatrix} = \dots - \dots = \dots$$

$$D_y = \begin{vmatrix} 3 & 3 \\ 4 & 11 \end{vmatrix} = \dots - \dots = \dots$$

$$D = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} = \dots - \dots = \dots$$

$$x = \frac{\dots}{D} = \frac{\dots}{\dots} = \dots$$

$$y = \frac{\dots}{D} = \frac{\dots}{\dots} = \dots$$

Himpunan Penyelesaian : $HP = \{\dots, \dots\}$



YUK KITA AMATI



Penyelesaian Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel (SPLTV) dengan Determinan

Perhatikan SPLTV berikut $\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z = b_1 \\ a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z = b_2 \\ a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z = b_3 \end{cases}$

Model matematika SPLTV berbentuk matriks : $\begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{13} \\ \dots & a_{22} & \dots \\ \dots & \dots & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ \dots \\ \dots \end{pmatrix}$

Ketentuan detrmnan matriks :

$$D_x = \begin{vmatrix} b_1 & \dots & a_{13} \\ \dots & a_{22} & \dots \\ \dots & \dots & a_{33} \end{vmatrix}$$

$$D_y = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 & a_{13} \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & a_{33} \end{vmatrix}$$

$$D_z = \begin{vmatrix} a_{11} & \dots & b_1 \\ \dots & a_{22} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{vmatrix}$$

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & \dots & a_{13} \\ \dots & a_{22} & \dots \\ \dots & \dots & a_{33} \end{vmatrix}$$

Nilai x, y dan z ditentukan oleh :

$$x = \frac{D_x}{D}, y = \frac{\dots}{D}, z = \frac{\dots}{D}$$

Penyelesaiannya adalah $(x, \dots, \dots)$ dan $HP = \{(x, \dots, \dots)\}$



YUK KITA PAHAMI

1. Tentukan himpunan jawaban dari SPLTV $\begin{cases} 2x + y + z = 12 \\ x + 2y - z = 3 \\ 3x - y + z = 11 \end{cases}$

Penyelesaian

1. Diketahui : SPLTV $\begin{cases} 2x + y + z = 12 \\ x + 2y - z = 3 \\ 3x - y + z = 11 \end{cases}$

Ditanya : himpunan jawaban (nilai x , y , dan z)

Jawab :

SPLTV $\begin{cases} 2x + y + z = 12 \\ x + 2y - z = 3 \\ 3x - y + z = 11 \end{cases} \rightarrow$ bentuk matriks $\begin{bmatrix} 2 & \dots & \dots \\ \dots & 2 & \dots \\ \dots & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dots \\ \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ 3 \\ \dots \end{bmatrix}$

$$D_x = \begin{vmatrix} \dots & \dots & \dots \\ 3 & 2 & \dots \\ \dots & \dots & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \dots & \dots & \dots \\ 3 & 2 & \dots \\ \dots & \dots & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \dots & \dots \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = \dots$$

$$D_y = \begin{vmatrix} 2 & \dots & \dots \\ \dots & 3 & \dots \\ \dots & \dots & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & \dots & \dots \\ \dots & 3 & \dots \\ \dots & \dots & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 2 & \dots \\ \dots & 3 \end{vmatrix} = \dots$$

$$D_z = \begin{vmatrix} 2 & \dots & \dots \\ \dots & 2 & 3 \\ \dots & \dots & \dots \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & \dots & \dots \\ \dots & 2 & 3 \\ \dots & \dots & \dots \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 2 & \dots \\ \dots & 2 \end{vmatrix} = \dots$$

$$D = \begin{vmatrix} 2 & \dots & \dots \\ \dots & 2 & \dots \\ \dots & \dots & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & \dots & \dots \\ \dots & 2 & \dots \\ \dots & \dots & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 2 & \dots \\ \dots & 2 \end{vmatrix} = \dots$$

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{\dots}{\dots}, \quad y = \frac{\dots}{D} = \frac{\dots}{\dots}, \quad z = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$$

Jadi HP = $\{\dots, \dots, \dots\}$



PERMASALAHAN 1



Ardy membeli 5 pensil dan 3 penghapus, sedangkan Sani membeli 4 pensil dan 2 penghapus di toko yang sama. Di kasir, Ardy membayar Rp 11.500,00 sedangkan Sani membayar Rp 9.000,00. Jika Dedy membeli 6 pensil dan 5 penghapus, berapa ia harus membayar ?

Penyelesaian

Diketahui :

Ardy membeli 5 pensil dan 3 penghapus dengan harga Rp. 11.500,00

Sani membeli 4 pensil dan 2 penghapus dengan harga Rp. 9.000,00

Ditanya : Uang yang harus dibayarkan Dedy jika membeli 6 pensil dan 5 penghapus

Jawab :

Misalkan harga satuan pensil = x

Misalkan harga satuan penghapus = y

Pernyataan pada soal disusun dalam bentuk system persamaan linear dua variabel

$$5x + 3y = 11.500$$

$$4x + 2y = 9.000$$

Sehingga persamaan tersebut dapat dibentuk dalam bentuk matriks

$$\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11.500 \\ 9.000 \end{bmatrix}$$

$$D_x = \begin{vmatrix} 11.500 & 3 \\ 9.000 & 2 \end{vmatrix} = \dots - \dots = \dots$$

$$D_y = \begin{vmatrix} 5 & 11.500 \\ 4 & 9.000 \end{vmatrix} = \dots - \dots = \dots$$

$$D = \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} = \dots - \dots = \dots$$

$$x = \frac{D_x}{D} = \dots, \quad y = \frac{D_y}{D} = \dots$$

Harga 6 pensil dan 5 penghapus :

$$6x + 5y = (6 \times \dots) + (5 \times \dots) = \dots$$

Jadi, Dedy harus membayar Rp.