SMA/MA

Lembar Kerja Peserta Didik

Limit Fungsi Aljabar

Nama :

Penyusun (Kelompok 8):

Aisyah Inayatullah Atnar (2113021071)
Ani Aprilia Putri (2153021003)
Hawa Prihatiningsih (2113021021)

LIVEWORKSHEETS

Kompetensi Dasar

Pengetahuan	Keterampilan
Matematika Wajib 3.7 Menjelaskan limit fungsi aljabar (fungsi polinom dan fungsi rasional) secara intuitif dan sifat-sifatnya, serta menentukan eksistensinya.	4.7 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan limit fungsi aljabar

Tujuan Pembelajaran

1. Peserta didik dapat menentukan nilai limit fungsi aljabar mendekati nilai suatu nilai variabel tertentu
2. Peserta didik dapat mengetahui tentang sifat-sifat limit fungsi
3. Peserta didik dapat menyelesaikan masalah berkaitan dengan limit fungsi

Petunjuk Penggunaan LKPD

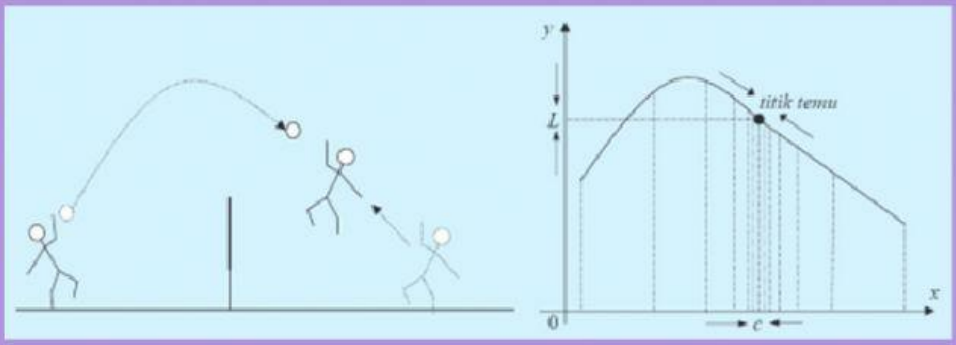
1. Pahami materi yang disajikan
2. Bacalah setiap masalah atau soal yang diberikan
3. Pahami dan jawablah setiap soal tersebut sesuai dengan perintah
4. Diskusikan dengan bahasa yang santun jawaban setiap masalah tersebut bersama teman
5. Mintalah bantuan guru jika Anda mendapat kesulitan ketika menyelesaikan masalah

Selamat mengerjakan!

LIVEWORKSHEETS

Limit

Pernahkah kamu menonton permainan bola voli? Bayangkan terdapat seorang atlet sedang melakukan gerakan smash terhadap bola. Atlet tersebut melompat dan hanya dapat menyentuh bola jika ketinggian tangannya meraih bola sama dengan ketinggian bola. Jika kita amati kasus ini dengan pendekatan koordinat, dapatkah kamu sketsa detik-detik pergerakan bola dan atlet? Kita sketsa bersama-sama. Perhatikan gambar!



Dari gambar dapat dilihat bahwa bola dan atlet bergerak saling mendekati dengan arah yang berlawanan sehingga keduanya bertemu atau bersentuhan (titik temu) pada saat tertentu (titik c). Titik temu keduanya menunjukkan ketinggian bola (titik L) dan atlet adalah sama. Kita dapat mengkaji gerakan objek tersebut dengan memisalkan gerakan membentuk kurva atau sebuah fungsi seperti yang dicontohkan di atas. Dengan demikian, kita akan lebih memahami konsep limit secara intuitif.

Definisi

Dari contoh tersebut, kita hubungkan dengan definisi sebagai berikut.

Misalkan f sebuah fungsi f : R → R dan misalkan L dan c anggota himpunan bilangan real. Maka:

$$\lim_{x \to c} f(x) = L$$

jika dan hanya jika f(x) mendekati L untuk semua x mendekati c.

LIVEWORKSHEETS

Perhatikan video berikut agar lebih memahami materi

A. Konsep Limit Fungsi

$\lim_{x \to c} f(x) = L$ dimaknai bahwa kita dapat membuat f sangat dekat dengan L dengan cara mendekatkan nilai x terhadap c. Limit Fungsi adalah nilai pendekatan disekitar suatu titik (baik dari kiri maupun dari kanan titik itu), atau pada suatu titik tak hingga. Perhitungan nilai limit disekitar titik dapat dilakukan dengan pendekatan dari kiri (limit kiri) dan pendekatan dari kanan (limit kanan).

Aktivitas 1

Tentukan limit fungsi f(x) untuk x → 1 jika f(x) = $\frac{x^2-4}{x-2}$, x ≠ 2 secara intuitif!

Penyelesaian:

Fungsi f(x) = $\frac{x^2-4}{x-2}$ dapat dinyatakan dalam bentuk f(x) = $\frac{(x-2)(x+2)}{x-2}$
Untuk mendapatkan nilai limit tersebut, pilihlah beberapa nilai x ∈ $\boldsymbol{R}$ *yang mendekati* 1 dari kiri dan kanan. Lengkapi tabel berikut!

x mendekati 1 dari kiri					↓	x mendekati 1 dari kanan				
X	0,8	0,9	0,99	0,9999	1	1,0000001	1,0001	1,001	1,05	1,1
f(x)	.....	.....	.....	.....	...	.....	.....	.....	.....	.....
f(x) mendekati ...					↑	f(x) mendekati ...				

Jadi, didapat bahwa nilai $\lim_{x \to 1} \frac{x^2-4}{x-2}$ = ... untuk x ≠ 2.

LIVEWORKSHEETS

Sifat - Sifat Limit

Teorema 1 : Jika c dan k adalah konstanta, maka $\lim_{x \to c} k = k$

Teorema 2 : Jika c adalah suatu konstanta dan f adalah suatu fungsi dari x, maka $\lim_{x \to c} f(x) = f(c)$

Teorema 3 : Jika f dan g fungsi-fungsi dari x, dan c adalah suatu konstanta, maka $\lim_{x \to c}[f(x) \pm g(x)] = \lim_{x \to c} f(x) \pm \lim_{x \to c} g(x)$

Teorema 4 : Jika f dan g fungsi-fungsi dari x, dan c adalah suatu konstanta, maka $\lim_{x \to c}[f(x).g(x)] = \lim_{x \to c} f(x).\lim_{x \to c} g(x)$

Teorema 5 : Jika f dan g fungsi-fungsi dari x, dan c adalah suatu konstanta,

maka $\lim_{x \to c}\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right) = \frac{\lim_{x \to c} f(x)}{\lim_{x \to c} g(x)}$ dengan $\lim_{x \to c} g(x) \neq 0$

Teorema 6 : Jika f adalah fungsi-fungsi dari x. c suatu konstanta, dan n adalah bilangan bulat, maka $\lim_{x \to c}[f(x)]^{\frac{1}{n}} = [\lim_{x \to c} f(x)]^{\frac{1}{n}}$

Aktivitas 2

Tentukan nilai limit fungsi berikut menggunakan sifat-sifat yang ada

1. Nilai $\lim_{x \to 2} 5$ = ...

   A. 2 C. 4
   B. 3 D. 5

2. Nilai $\lim_{x \to 3} 2x^2$ =...

   A. 16 C. 18
   B. 17 D. 19

3. Nilai $\lim_{x \to 1} x^2 + x$ = ...

   A. 1 C. 3
   B. 2 D. 4

LIVEWORKSHEETS

LIMIT FUNGSI ALJABAR

Nilai limit fungsi $\lim_{x \to a}$ dapat ditentukan dengan cara mensubstitusi nilai x = a ke fungsi f(x).

Contoh:
Tentukan $\lim_{x \to 3} (5 - 3x)\,(x^2 + 1)$

Penyelesaian:

$$\lim_{x \to 3} (5 - 3x)\,(x^2 + 1)$$

$$= \lim_{x \to 3} (5 - 3x) \,.\, \lim_{x \to 3} (x^2 + 1)$$

$$= [5 - 3(3)] \,.\, [(3)^2 + 1]$$

$$= (-4) \,.\, 10$$

$$= -40$$

Namun tidak semua nilai limit dapat diselesaikan dengan substitusi langsung. Dalam banyak masalah, setelah dilakukan substitusi diperoleh hasilnya bentuk tak tentu. Maka dilakukan manipulasi aljabar, salah satunya dengan cara pemfaktoran.

Aktivitas 3

Lengkapi titik-titik berikut!

Tentukan nilai dari $\lim_{x \to 2} \frac{x^2+2x-8}{x^2-x-2}$ dengan cara pemfaktoran

Penyelesaian:

$$\lim_{x \to 2} \frac{x^2 + 2x - 8}{x^2 - x - 2} = \lim_{x \to 2} \frac{(x+\ldots)(x-\ldots)}{(x-\ldots)(x+\ldots)}$$

$$= \lim_{x \to 2} \frac{(x+\ldots)}{(x+1)}$$

$$= \frac{2+\ldots}{2+1}$$

$$= \frac{\ldots}{3}$$

$$= \ldots$$

LIVEWORKSHEETS

Limit Perkalian Akar Sekawan

Selain metode pemfaktoran, terdapat metode merasionalkan atau perkalian akar sekawan. Metode ini digunakan untuk limit fungsi yang mengandung bentuk akar.

- Akar sekawan dari $\sqrt{x} + \sqrt{a}$ adalah $\sqrt{x} - \sqrt{a}$
- Akar sekawan dari $\sqrt{x} - \sqrt{a}$ adalah $\sqrt{x} + \sqrt{a}$

Aktivitas 4

Tentukan nilai limit berikut dengan perkalian akar sekawan kemudian pasangkan soal dengan jawabannya!

$\lim\limits_{x \to 2} \frac{x-2}{\sqrt{x+7}-3}$	$-\frac{3}{2}$
$\lim\limits_{x \to 2} \frac{\sqrt{3x-2}-2}{2x-4}$	$\frac{1}{3}$
$\lim\limits_{x \to 2} \frac{\sqrt{x^2+5}-3}{x^2-2x}$	6
$\lim\limits_{x \to 7} \frac{\sqrt{x}(x-7)}{\sqrt{x}-\sqrt{7}}$	$\frac{3}{8}$
$\lim\limits_{x \to 2} \frac{x^2-6x+8}{3-\sqrt{17-2x^2}}$	14

LIVEWORKSHEETS

Limit Suku Banyak (Polinom)

Jika P(x) dan Q(x) adalah suku banyak, maka:

1) $\lim\limits_{x \to a} P(x) = P(a),\ a \in \boldsymbol{R}$

2) $\lim\limits_{x \to a} \frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{P(a)}{Q(a)}$

Aktivitas 5

Pilih jawaban yang benar untuk nilai limit suku banyak berikut!

1. Nilai $\lim\limits_{x \to 3} \frac{x^3 - x^2}{x^4 - 2x^3 + 3x^2} = \ldots$

   A. 0 C. $\frac{1}{9}$

   B. $\frac{1}{12}$ D. $\frac{1}{3}$

2. Nilai $\lim\limits_{x \to -3} \frac{x^3 - x^2}{x^4 - x^3 + 3x^2 + x - 3} = \ldots$

   A. $-\frac{12}{43}$ C. $-\frac{11}{43}$

   B. $-\frac{10}{43}$ D. -1

3. Nilai $\lim\limits_{x \to -1} \frac{(x^2 - 3x + 5)^2 (x^5 + x + 2)^3}{(x^4 - 2x + 8)(4x^3 + 7x - 3)} = \ldots$

   A. -2 C. 0

   B. -1 D. 1

4. Nilai $\lim\limits_{x \to 1} \frac{6(x^2 - 3x + 5)(x^5 + x + 2)}{(x^4 - 2x + 8)(4x^3 + 7x - 3)} = \ldots$

   A. $\frac{10}{7}$ C. $\frac{8}{7}$

   B. $\frac{9}{7}$ D. 1

LIVEWORKSHEETS

APLIKASI LIMIT PADA KEHIDUPAN

Aktivitas 6

Dalam suatu pertandingan bola antara tim A melawan tim B. Ketika jarak bola ke gawang diperkirakan sekitar 2 meter dari bibir gawang tim A, bola pun ditendang ke gawang tim A oleh salah satu anggota tim B dan terjadilah ketegangan antara kedua belah pihak, ternyata bola tersebut nyaris masuk ke gawang tim A. Jika fungsi kecepatan tendangan bola tersebut adalah $f(x) = \frac{x-2}{\sqrt{x}-\sqrt{2}}$ Berapakah kecepatan bola ketika mendekati gawang tim A?

A. $2\sqrt{2}$

B. $\sqrt{2}$

C. 1

D. 0

Good job!

LIVEWORKSHEETS