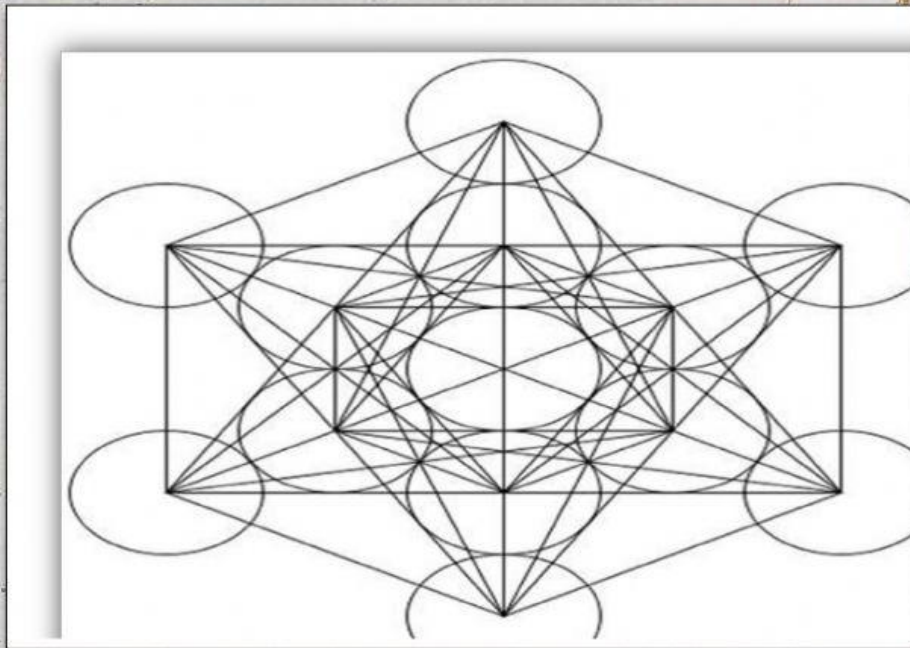


LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK



TRANSFORMASI GEOMETRI

Nama :

Kelas :

Kompetensi Inti

- K1 Menghargai dan menghayati ajaran agama yang dianutnya.
Menghargai dan menghayati perilaku jujur, disiplin, tanggungjawab, peduli (toleransi, gotongroyong, santun, percaya diri, dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam dalam jangkauan pergaulan dan keberadaannya.
- K2 Memahami pengetahuan (faktual, konseptual, dan prosedural) berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya terkait fenomena dan kejadian tampak mata
- K3 Mencoba, mengolah, dan menyaji dalam ranah konkret (menggunakan, mengurai, merangkai, memodifikasi, membaca, menghitung, menggambar, dan mengarang) sesuai dengan yang dipelajari di sekolah dan sumber lain yang sama dalam sudut pandang/teori.

Kompetensi Dasar

3.5 Menjelaskan transformasi, luas bangun dan komposisi geometri(refleksi, translasi, rotasi dan dilatasi) yang dihubungkan dengan masalah kontekstual

3.6 Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan matriks transformasi geometri (refleksi, translasi ,rotasi dan dilatasi)

Indikator Pencapaian Pembelajaran

3.5.1 Menjelaskan transformasi, luas bangun dan komposisi geometri(refleksi, translasi, rotasi dan dilatasi) yang dihubungkan dengan masalah kontekstual

3.6.1 Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan matriks transformasi geometri (refleksi, translasi ,rotasi dan dilatasi)

Tujuan Pembelajaran

1. Peserta didik mampu menjelaskan transformasi, luas bangun dan komposisi geometri(refleksi, translasi, rotasi dan dilatasi) yang dihubungkan dengan masalah kontekstual
2. Peserta didik mampu menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan matriks transformasi, luas bangun dan komposisi geometri (refleksi, translasi ,rotasi dan dilatasi)

URAIAN MATERI

A. Translasi

Translasi atau pergeseran merupakan jenis dari transformasi geometri di mana terjadi perpindahan atau pergeseran dari suatu titik ke arah tertentu di dalam sebuah garis lurus bidang datar. Jika suatu titik $P(x, y)$ mengalami translasi sejauh (a, b) , pasti akan dihasilkan titik P' . Secara matematis, rumus translasi titik P tersebut bisa dinyatakan sebagai:

$$P(x, y) \xrightarrow{T\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}} P'(x', y')$$

$$P(x, y) \xrightarrow{T\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}} P'((x+a), (y+b))$$

Titik $A(x, y)$ ditranslasikan oleh $T\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ menghasilkan bayangan $A'(x', y')$ ditulis dengan:

Rumus persamaan matriks Transformasi

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

Keterangan:

x', y' = titik bayangan

x, y = titik asal

a, b = vektor translasi

LUAS BANGUN HASIL TRANSLASI

Misalkan matriks transformasi $A =$

$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ mentransformasikan bangun B menjadi bangun B' , maka

Luas Bangun $B' = |\det A| \times$
luas bangun B

KOMPOSISI DUA TRANSLASI BERUTUTAN

Jika diketahui elemen pada matriks T_1 adalah a dan b , serta elemen pada matriks T_2 adalah c dan d , maka persamaan matriks untuk mencari komposisi translasi adalah:

$$M_{T_1 \circ T_2} = M_{T_1} + M_{T_2} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix}$$

Untuk lebih memahami transformasi translasi, simak video berikut

https://youtu.be/iojzS-0DI_g

2. Dilatasi

Dilatasi adalah transformasi yang mengubah jarak titik-titik dengan faktor pengali tertentu terhadap suatu titik tertentu. Bangun yang diperbesar dan diperkecil dengan skala k dapat mengubah ukuran atau tetap ukurannya tetapi tidak mengubah bentuk.

Dilatasi dengan titik pusat $(0,0)$ dengan faktor skala k dinotasikan dengan $[O, k]$

$$x' = kx \text{ dan } y' = ky$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Dilatasi terhadap Titik Pusat $P(a, b)$

Dilatasi dengan titik pusat (a,b) dengan faktor skala k dinotasikan dengan $[P(a,b), k]$

LUAS BANGUN HASIL DILATASI

Jika luas bangun mula-mula adalah L maka setelah didilatasikan oleh $[P(a, b), k]$ maka luas bayangan:

$$L' = k^2 \times L$$

- Luas bayangan = $|MT| \times \text{luas awal}$

Misalkan segitiga ABC dengan koordinatnya A

$A(a_1, a_2), B(b_1, b_2)$ dan $C(c_1, c_2)$ maka luas:

$$\text{Luas} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 & a_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 & a_2 \end{vmatrix}$$

$$\text{Luas} = \frac{1}{2} (a_1 b_2 + b_1 c_2 + c_1 a_2) - (b_1 a_2 + c_1 b_2 + a_1 c_2)$$

KOMPOSISI HASIL DILATASI

Pertama didilatasi T_1 , yang bersesuaian dengan matriks M_1 , dilanjutkan lagi dengan dilatasi T_2 yang bersesuaian dengan matriks M_2 , dan dilanjutkan lagi dengan dilatasi T_3 yang bersesuaian dengan matriks M_3 . Penulisan komposisinya yaitu:

$$T_3 \circ T_2 \circ T_1 = M_3 \circ M_2 \circ M_1.$$

Untuk lebih memahami transformasi dilatasi beserta contoh, simak video berikut

<https://youtu.be/uMxYXmfCLgA>

C. REFLEKSI

Refleksi(pencerminan) adalah suatu transformasi yang memindahkan titik pada bidang dengan menggunakan sifat bayangan oleh suatu cermin. Refleksi disimbolkan dengan M_n dengan n merupakan sumbu cermin

JENIS JENIS REFLEKSI

Refleksi	Titik Bayangan	Persamaan Matrik transformasi
Sumbu X	$A'(x, -y)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
Sumbu Y	$A'(-x, y)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
Titik asal (0,0)	$A'(-x, -y)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
Garis $y = x$	$A'(y, x)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
Garis $y = -x$	$A'(-y, -x)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
Garis $x = h$	$A'(2h - x, y)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2h \\ 0 \end{pmatrix}$
Garis $y = h$	$A'(x, 2h - y)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 2h \end{pmatrix}$

LUAS BANGUN HASIL REFLEKSI

Misalkan matriks transformasi $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ mentransformasikan bangun B menjadi bangun B' , maka
Luas Bangun $B' =$
 $|det A| \times \text{luas bangun } B$

KOMPOSISI REFLEKSI

Jika diketahui elemen pada matriks $C1$ adalah a, b, c , dan d , serta elemen pada matriks $C2$ adalah e, f, g , dan h , maka persamaan matriks

$$M_C \circ M_C = M_C M_C = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e & f \\ g & h \end{pmatrix}$$

Untuk lebih memahami transformasi refleksi beserta contoh, simak video berikut

https://youtu.be/qT9pr1C_SDY



4. ROTASI

Rotasi adalah transformasi yang memindahkan titik titik dengan memutar titik titik tersebut sejauh α terhadap suatu titik terendah

Rotasi terhadap titik pusat (0,0)

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Rotasi terhadap titik (a,b)

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x-a \\ y-b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

LUAS BANGUN HASIL ROTASI

Misalkan matriks transformasi $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ mentransformasikan bangun B menjadi bangun B' , maka
Luas Bangun $B' = |\det A| \times \text{luas bangun } B$

KOMPOSISI HASIL ROTASI

- Titik pusat (0,0)
 $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = (MT) \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
- Titik pusat (a,b)
 $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = (MT) \times \begin{pmatrix} x-a \\ y-b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$

Jika diketahui suatu objek berotasi sebesar pada sudut $O(0,0)$ dan rotasi sebesar pada sudut $O(0,0)$, maka persamaan matriks untuk mencari komposisi rotasi adalah:

$$M_{(R_{[0,\alpha_1]} \circ R_{[0,\alpha_2]})} = \begin{pmatrix} \cos(\alpha_2 + \alpha_1) & -\sin(\alpha_2 + \alpha_1) \\ \sin(\alpha_2 + \alpha_1) & \cos(\alpha_2 + \alpha_1) \end{pmatrix}$$

Untuk lebih memahami transformasi rotasi beserta contoh, simak video berikut

<https://youtu.be/IBFnXBvfnY>

AYO BERLATIH

1. Jika titik A(2,3) ditranslasikan oleh $T'(-3,4)$ maka bayangan titik A adalah

A. $A = \begin{pmatrix} -1 \\ 7 \end{pmatrix}$ C. $A = \begin{pmatrix} 1 \\ -7 \end{pmatrix}$
B. $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 7 \end{pmatrix}$ D. $A = \begin{pmatrix} -1 \\ -7 \end{pmatrix}$

2. Tentukan bayangan titik A(2,4) setelah dilatasi terhadap pusat O(0,0) dan faktor skala 3

A. $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 12 \end{pmatrix}$ C. $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ -12 \end{pmatrix}$
B. $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ 12 \end{pmatrix}$ D. $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ -12 \end{pmatrix}$

3. Segitiga ABC dengan titik A(-2,3), B(2,3) dan C (0,-4) dilatasi dengan pusat O(0,0) dan faktor skala 4. Luas segitiga setelah dilatasi adalah

A. 120 C. 240 E. 480
B. 224 D. 280

4. Diketahui titik T (-1,5). Bayangan titik T oleh transformasi yang diwakili oleh matriks $\begin{pmatrix} -4 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ dilanjutkan refleksi terhadap garis $x = 8$ adalah...

A. $T'(30, -7)$ D. $T'(3, -7)$
B. $T'(19, 23)$ E. $T'(-3, -7)$
C. $T'(19, -22)$

5. Bayangan titik A dengan A (-1, 4) jika direfleksikan terhadap garis $y = -x$ adalah

A. $A'(4, 1)$ D. $A'(4, 3)$
B. $A'(-4, 1)$ E. $A'(-4, -1)$
C. $A'(4, -1)$

6. Suatu vektor $\vec{a} = (-3, 4)$ berturut turut merupakan hasil pencerminan terhadap garis $y = x$ dan rotasi dengan pusat titik asal sebesar 90° searah jarum jam. Vektor awalnya sebelum ditransformasikan adalah

A. (3, 4) D. (4, -3)
B. (-3, -4) E. (-3, 4)
C. (-4, 3)

7. Jika persamaan garis lurus $y = 2x + 3$, maka persamaan garis lurus yang dihasilkan oleh translasi $T' = (3, 2)$ adalah

A. $y = 3x$ D. $y = 2x - 4$
B. $y = 2x + 6$ E. $y = 2x - 1$
C. $y = 2x - 6$

9. Titik A(-2, -5) dilatasikan dengan faktor skala -2 terhadap pusat O (0,0) hasil dilatasikan titik A adalah...

- A. $\frac{x'}{y'} = \begin{pmatrix} 4 \\ 10 \end{pmatrix}$ D. $\frac{x'}{y'} = \begin{pmatrix} 4 \\ -10 \end{pmatrix}$
B. $\frac{x'}{y'} = \begin{pmatrix} 5 \\ 10 \end{pmatrix}$ E. $\frac{x'}{y'} = \begin{pmatrix} -5 \\ 10 \end{pmatrix}$
C. $\frac{x'}{y'} = \begin{pmatrix} -4 \\ 10 \end{pmatrix}$

10. Tentukan bayangan bangun segitiga ABC dengan A(1,2), B(3, -2) dan C(4,1) akan direfleksikan oleh M_y .

- A. $A'(-1,2)$, $B'(-3, -2)$ dan $C'(-4,1)$
B. $A'(1,2)$, $B'(-3, -2)$ dan $C'(-4,1)$
C. $A'(-1,2)$, $B'(3, -2)$ dan $C'(-4,1)$
D. $A'(-1, -2)$, $B'(-3, -2)$ dan $C'(-4,1)$
E. $A'(-1,2)$, $B'(-3,2)$ dan $C'(-4,1)$

11. Diketahui titik K dengan koordinat (-3,2) .Jika titik K dicerminkan terhadap $y=ax$ dan dilatasinya [0,-2] menjadi titik K'(12, -18), maka nilai a adalah...

- A. -4 D. 3
B. -3 E. 4
C. 2

12. Diketahui titik b direfleksikan terhadap $y=-x$ dan dilatasi [0,1] menjadi titik B'(9,-6). Koordinat titik B adalah

- A. (-6,9) D. (-2,1)
B. (6,-9) E. (-3,2)
C. (6,9)

SOAL URAIAN

1. Tentukan hasil dari sebuah bayangan pada garis $y = 3x + 7$ apabila Anda cerminkan terhadap garis $x = 4$
2. Titik $A(1,3)$ ditransformasikan terhadap matriks $\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$. Tentukan koordinat hasil transformasi titik tersebut!
3. Tentukan bayangan titik $A(2,4)$ setelah dilatasi terhadap pusat $O(0,0)$ dan faktor skala 3!
4. Tentukan bayangan bangun segitiga ABC dengan $A(1,2)$, $B(3,-2)$ dan $C(4,1)$ akan direfleksikan oleh M_y .
5. Diketahui transformasi $T_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ dan $T_2 = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$. Matriks yang bersesuaian dengan komposisi transformasi $(T_1 \circ T_2)$ adalah ...