LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK
(LKPD)

TRANSFORMASI GEOMETRI

Identitas Siswa:

Nama :

Kelas :



LIVEWORKSHEETS

Kompetensi Inti

1. Menghayati dan mengamalkan ajaran agama yang dianutnya.
2. Menunjukkan perilaku jujur, disiplin, tanggung jawab, peduli (gotong royong, kerjasama, toleran, damai), santun, responsif, dan pro-aktif sebagai bagian dari solusi atas berbagai permasalahan dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam serta menempatkan diri sebagai cerminan bangsa dalam pergaulan dunia.
3. Memahami, menerapkan, dan menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural, dan metakognitif berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah.
4. Mengolah, menalar, dan bertindak secara efektif dan kreatif, serta mampu menggunakan metoda sesuai kaidah keilmuan.

Kompetensi Dasar

3.5 Menganalisis dan membandingkan transformasi dan komposisi transformasi dengan menggunakan matriks.

4.5 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan matriks transformasi geometri (translasi, refleksi, dilatasi dan rotasi).

Indikator

- Mampu menjelaskan definisi dari beberapa transformasi.
- Mampu melakukan berbagai macam transformasi geometri terhadap berbagai macam bentuk geometri.
- Mampu mengidentifikasi dan menggunakan komposisi transformasi geometri.
- Mampu mendeskripsikan transformasi menggunakan koordinat kartesius dan matriks.
- Mampu mengoperasikan komposisi transformasi geometri dengan bantuan matriks yang merepresentasikan transformasi.
- Mampu menerapkan transformasi geometri dalam permasalahan nyata

Tujuan Pembelajar

- Peserta didik mampu menjelaskan definisi dari beberapa transformasi.
- Peserta didik mampu melakukan berbagai macam transformasi geometri terhadap berbagai macam bentuk geometri.
- Peserta didik mampu mengidentifikasi dan menggunakan komposisi transformasi geometri.
- Peserta didik mampu mendeskripsikan transformasi menggunakan koordinat kartesius dan matriks.
- Peserta didik mampu mengoperasikan komposisi transformasi geometri dengan bantuan matriks yang merepresentasikan transformasi.
- Peserta didik mampu menerapkan transformasi geometri dalam permasalahan nyata

Petunjuk

1. Berdoalah sebelum mempelajari LKPD ini.
2. Isilah nama dan kelas pada kotak yang telah disediakan.
3. Baca dan pahami setiap materi pembelajaran yang disediakan secara berurutan.
4. Perhatikan contoh-contoh soal yang disediakan.
5. Kerjakan Latihan soal yang disediakan.
6. Isi penyelesaian pada kotak yang telah disediakan.
7. Jika kalian menemukan kendala dalam menyelesaikan latihan soal, cobalah untuk melihat kembali uraian materi dan contoh soal yang ada.
8. Klik "kirim" jika sudah selesai.
9. Tanyakan kepada guru jika mengalami kesulitan.



LIVEWORKSHEETS

Memahami

TRANSFORMASI GEOMETRI

Transformasi geometri marupakan perubahan posisi dan ukuran dari suatu objek (titik, garis, kurva, bidang) dan dapat dinyatakan dalam gambar dan matriks.
Jenis-jenis transformasi geometri terdiri dari translasi (pergeseran), transformasi bersesuaian matriks, refleksi (pencerminan), rotasi (perputaran), dan dilatasi (perkalian).

1. TRANSLASI

A. Pengertian Translasi

Translasi (pergeseran) adalah transformasi yang memindahkan titik-titik pada bidang arah dan jarak tertentu.

B. Rumus Translasi

Titik $A(x, y)$ ditranslasikan oleh $T\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ menghasilkan bayangan $A'(x', y')$ ditulis dengan

$$A(x, y) \xrightarrow{T\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}} A'(x', y')$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

C. Contoh Soal :

2. REFLEKSI

A. Pengertian Refleksi

Refleksi (Pencerminan) adalah suatu transformasi yang memindahkan tiap titik pada bidang dengan menggunakan sifat bayangan oleh suatu cermin. Refleksi disimbolkan dengan $M\alpha$ dengan α merupakan sumbu cermin.

.

LIVEWORKSHEETS

B. Rumus Refleksi

Pencerminan terhadap garis $x = \ldots$	Pemetaan	Persamaan Matriks Transformasi
1. Pencerminan terhadap sumbu Y ($x = 0$)	$A(x,y) \xrightarrow{M_{sbY}} A'(-x,y)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
2. Pencerminan terhadap garis $x = a$	$A(x,y) \xrightarrow{M_{x=a}} A'(2a - x, y)$	$\begin{pmatrix} x' - a \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - a \\ y \end{pmatrix}$
3. Pencerminan terhadap sumbu X ($y = 0$)	$A(x,y) \xrightarrow{M_{sbX}} A'(x,-y)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
4. Pencerminan terhadap garis $y = b$	$A(x,y) \xrightarrow{M_{y=b}} A'(x, 2b - y)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' - b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y - b \end{pmatrix}$
5. Pencerminan terhadap titik asal $O(0,0)$	$A(x,y) \xrightarrow{M_{O(0,0)}} A'(-x,-y)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
6. Pencerminan terhadap titik $P(a,b)$	$A(x,y) \xrightarrow{M_{P(a,b)}} A'(2a - x, 2b - y)$	$\begin{pmatrix} x' - a \\ y' - b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - a \\ y - b \end{pmatrix}$
7. Pencerminan terhadap $y = x$	$A(x,y) \xrightarrow{M_{y=x}} A'(y,x)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
8. Pencerminan terhadap garis $y = -x$	$A(x,y) \xrightarrow{M_{y=-x}} A'(-y,-x)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
9. Pencerminan terhadap garis $y = mx$ dimana $m = \tan\theta$	$A(x,y) \xrightarrow{M_{y=mx}} A'(x',y')$ $x' = x\cos 2\theta + y\sin 2\theta$ $y' = x\sin 2\theta - y\cos 2\theta$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos 2\theta & \sin 2\theta \\ \sin 2\theta & -\cos 2\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
10. Pencerminan terhadap garis $y = mx + c$ dimana $m = \tan\theta$	$A(x,y) \xrightarrow{M_{y=mx+c}} A'(x',y')$ $x' = x\cos 2\theta + (y-c)\sin 2\theta$ $y' = x\sin 2\theta - (y-c)\cos 2\theta + c$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' - c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos 2\theta & \sin 2\theta \\ \sin 2\theta & -\cos 2\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y - c \end{pmatrix}$

C. Contoh Soal

3. ROTASI

A. Pengertian Rotasi

Rotasi adalah transformasi yang memindahkan titik-titik dengan cara memutar titik-titik tersebut sejauh α terhadap suatu titik tertentu.

LIVEWORKSHEETS

B. Rumus Rotasi

Rotasi terhadap pusat titik $O(0,0)$

ROTASI SEJAUH	PEMETAAN	MATRIKS
α	$A(x,y) \xrightarrow{R_{[O,\alpha]}} A'(x\cos\alpha - y\sin\alpha, x\sin\alpha + y\cos\alpha)$	$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$
$90°$ atau $-270°$	$A(x,y) \xrightarrow{R_{[O,90°]}} A'(-y,x)$	$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$
$180°$	$A(x,y) \xrightarrow{R_{[O,180°]}} A'(-x,-y)$	$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$
$-90°$ atau $270°$	$A(x,y) \xrightarrow{R_{[O,-90°]}} A'(y,-x)$	$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$

Rotasi terhadap pusat titik (a,b)

ROTASI SEJAUH	MATRIKS
α	$\begin{bmatrix} x'-a \\ y'-b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x-a \\ y-b \end{bmatrix}$
$90°$ atau $-270°$	$\begin{bmatrix} x'-a \\ y'-b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x-a \\ y-b \end{bmatrix}$
$180°$	$\begin{bmatrix} x'-a \\ y'-b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x-a \\ y-b \end{bmatrix}$
$-90°$ atau $270°$	$\begin{bmatrix} x'-a \\ y'-b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x-a \\ y-b \end{bmatrix}$

C. Contoh Soal

4. DILATASI

A. Pengertian Dilatasi

Dilatasi adalah transformasi yang mengubah jarak titik-titik dengan faktor pengali tertentu terhadap suatu titik tertentu. Faktor pengali tertentu disebut faktor dilatasi atau faktor skala dan titik tertentu disebut pusat dilatasi.

B. Rumus Dilatasi

Titik Pusat	Persamaan Matriks Transformasi
$(0,0)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
(a,b)	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x-a \\ y-b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$

C. Contoh Soal :

LIVEWORKSHEETS

5. KOMPOSISI TRANSFORMASI

A. Pengertian Komposisi Transformasi

Komposisi transformasi adalah transformasi majemuk yang memuat lebih dari satu transformasi yang dilakukan secara berurutan.

Diketahui T_1 merupakan transformasi yang memetakan titik $A(x, y)$ ke titik $A'(x', y')$ dan T_2 merupakan transformasi yang memetakan titik $A'(x', y')$ ke titik $A''(x'', y'')$. Transformasi yang memetakan titik $A(x, y)$ ke titik $A''(x'', y'')$ dapat ditulis sebagai berikut

$$A(x, y) \xrightarrow{T_2 \circ T_1} A''(x'', y'')$$

Bentuk $T_2 \circ T_1$ disebut komposisi transformasi dan dibaca "T_2 komposisi T_1" artinya transformasi T_1 dilanjutkan oleh transformasi T_1 dan dapat dituliskan sebagai berikut.

$$A(x, y) \xrightarrow{T_1} A'(x', y') \xrightarrow{T_2} A''(x'', y'')$$

Catatan :

Komposisi transformasi bisa berupa komposisi translasi, komposisi refleksi, komposisi rotasi, komposisi dilatasi, komposisi matriks tertentu atau komposisi dari translasi, refleksi, rotasi, dilatasi dan matriks tertentu.

B. Rumus Komposisi Transformasi

$$\begin{pmatrix} x'' \\ y'' \end{pmatrix} = MT_2 \cdot MT_1 \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

C. Contoh Soal

D. Komposisi Transformasi Sejenis

LIVEWORKSHEETS

E. Luas Daerah Bangun Hasil Transformasi

Misalkan matriks transformasi $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ mentransformasikan bangun B menjadi bangun B', maka

$$\textbf{Luas bangun } B' = |\det A| \times \textbf{Luas bangun } B$$

$|detA|$ merupakan nilai mutlak dari determinan matriks A dan merupakan faktor perbesaran luas

$$\det A = ad - bc$$

F. Contoh Soal

LIVEWORKSHEETS

Latihan



Anak-anak untuk mengukur kemampuan pemahaman konsep kalian terhadap materi transformasi geometri kerjakan soal latihan berikut:

Soal Pilihan Ganda :

1. Jika titik $A(2,3)$ ditranslasikan oleh T(-3,4) maka bayangan titik A adalah ...

   a. $A'(-1,7)$ b. $A'(2,-3)$ c. $A'(4,9)$ d. $A'(3,-3)$ e. $A'(4,-5)$

2. Jika titik $A(-4,-3)$ dicerminkan terhadap sumbu y maka bayangan titik A adalah ...

   a. $A'(5,-1)$ b. $A'(1,0)$ c. $A'(4,-3)$ d. $A'(2,5)$ e. $A'(4,-1)$

3. Titik $B(-2,3)$ dirotasikan sebesar $90°$ terhadap titik pusat $O(0,0)$. Hasil rotasi titik B adalah ...

   a. $B'(-1,-1)$ b. $B'(-3,-2)$ c. $B'(3,2)$ d. $B'(0,1)$ e. $B'(4,6)$

4. Tentukan hasil bayangan titik $A(3,5)$ oleh translasi $T\begin{pmatrix}-2\\4\end{pmatrix}$

   a. $A'(-1,6)$ b. $A'(-1,2)$ c. $A'(3,9)$ d. $A'(1,4)$ e. $A'(1,9)$

5. Tentukan bayangan titik $A(-5,2)$ setelah didilatasikan terhadap pusat $(3,4)$ dan faktor skala -3 !

   a. $A'(-5,27)$ b. $A'(1,10)$ c. $A'(21,-6)$ d. $A'(27,10)$ e. $A'(2,1)$

6. Jika titik A(−1, 4) direfleksikan terhadap garis $y = -x$, kemudian diputar 90° dengan pusat O(0, 0) maka bayangan titik A adalah ...

   a. $A''(12,-2)$ b. $A''(-2,3)$ c. $A''(-1,-4)$ d. $A''(1,4)$ e. $A''(-1,9)$

7. Sebuah persegi ABCD dengan panjang sisi 8 satuan ditransformasi oleh matriks $M = \begin{pmatrix}4 & 2\\1 & -3\end{pmatrix}$. Luas bangun hasil transformasi tersebut adalah...

   a. 320 satuan luas b. 230 satuan luas c. 520 satuan luas d. 130 satuan luas e. 435 satuan luas

8. Titik $A(-2,-5)$ didilatasikan dengan faktor skala -2 terhadap titik pusat $O(0,0)$. Hasil dilatasi titik A adalah ...

   a. $A'(7,1)$ b. $A'(4,10)$ c. $A'(2,8)$ d. $A'(-4,0)$ e. $A'(-2,8)$

9. Jika titik $P(-5,4)$ dicerminkan terhadap garis $y = -x$ maka bayangan titik P adalah ...

   a. $P'(-1,0)$ b. $P'(4,10)$ c. $P'(-5,3)$ d. $P'(2,-1)$ e. $P'(4,-5)$

10. Diketahui segitiga ABC dengan $A(1,0), B(6,0)$ dan $C(6,3)$. Luas bayangan segitiga ABC oleh transformasi yang bersesuaian dengan matriks $\begin{pmatrix}4 & 2\\1 & -3\end{pmatrix}$ adalah ...

    a. 105 satuan luas b. 125 satuan luas c. 95 satuan luas d. 225 satuan luas e. 65 satuan luas

Soal Essay :

11. Tentukan persamaan bayangan garis $3x + 5y - 7 = 0$ oleh $T\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}$!

12. Tentukan bayangan titik A(2,4) setelah didilatasikan terhadap pusat O(0,0) dan faktor skala 3!

13. Titik D(6,3) dirotasikan sebesar 270° terhadap titik pusat (2,4). Hasil rotasi titik D adalah ...

14. Segitiga KLM mempunyai koordinat K(-1,-2), L(4,-2), dan M(4,0). Segitiga KLM ditransformasikan terhadap matriks $\begin{pmatrix}-5 & -4\\3 & 2\end{pmatrix}$. Luas segitiga hasil transformasi adalah ...

15. Titik B(2,3) direfleksi terhadap sumbu-y kemudian dilanjutkan dengan dilatasi [O,4] maka bayangan titik A menjadi ....

LIVEWORKSHEETS