

LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK

LIMIT FUNGSI ALJABAR MENDEKATI TAK HINGGA

KOMPETENSI DASAR

- ❖ Menjelaskan limit fungsi aljabar (fungsi polinom dan fungsi rasional) secara intuitif dan sifat-sifatnya, serta menentukan eksistensinya.
- ❖ Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan limit fungsi aljabar.

TUJUAN PEMBELAJARAN

- ❖ Menentukan nilai limit yang mendekati tak hingga.

MATERI

Adakalanya sebuah fungsi limit $f(x)$ dengan $x \rightarrow \infty$ menghasilkan angka yang **mendekati nilai tertentu** namun **tidak pernah menyentuh** angka tersebut. Fenomena ini dalam matematika disebut dengan asimtot (*Asymptotes*). Menentukan nilai limit fungsi di tak hingga berarti menentukan nilai fungsi $f(x)$ untuk x semakin besar mendekati tak hingga.

Misalkan $f(x) = \frac{1}{x}$

x	10	100	10.000	100.000	\rightarrow	∞
$f(x)$	0,1	0,01	0,0001	0,000001	\rightarrow	0

Dari tabel tersebut, tampak bahwa untuk nilai x semakin besar mendekati tak hingga mengakibatkan nilai fungsi $f(x)$ semakin kecil mendekati 0 sehingga diperoleh $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$. Secara umum untuk $n \geq 1$ dan $k \in R$ berlaku sifat:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{k}{x^n} = 0$$

atau

$$\lim_{x \rightarrow \infty} kx^n = \infty$$

CARA MENENTUKAN LIMIT FUNGSI ALJABAR MENDEKATI TAK HINGGA

Untuk menyelesaikan limit fungsi aljabar mendekati tak hingga ($x \rightarrow \infty$) kita gunakan limit dasarnya yaitu $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a}{x^n} = 0$ dengan a bilangan real dan n bilangan asli. Artinya kita harus mengarahkan bentuk limit di tak hingga menjadi rumus dasar dengan cara:

- ❖ Buat fungsi menjadi bentuk pecahan , jika dalam bentuk akar kalikan dengan bentuk sekawan
- ❖ Kemudian bagi variabel dengan pangkat tertinggi.

CONTOH SOAL 1

Hitunglah nilai dari $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - 4x^2 + 5}{3x^4 + 2x - 7}$

Penyelesaian

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - 4x^2 + 5}{3x^4 + 2x - 7}$$

Pada soal diatas terlihat bahwa pangkat tertinggi adalah x^4 , maka pada soal tersebut variabel kita bagi dengan pangkat tertinggi sehingga menjadi

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - 4x^2 + 5}{3x^4 + 2x - 7}$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{2x^3}{x^4} - \frac{4x^2}{x^4} + \frac{5}{x^4}}{\frac{3x^4}{x^4} + \frac{2x}{x^4} - \frac{7}{x^4}}$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{2}{x^3} - \frac{4}{x^2} + \frac{5}{x^4}}{3 + \frac{2}{x^3} - \frac{7}{x^4}}$$

Gunakan sifat

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{k}{x^n} = 0$$

sehingga menjadi

$$\Leftrightarrow \frac{0 - 0 + 0}{3 + 0 - 0}$$

$$\Leftrightarrow \frac{0}{3}$$

$$\Leftrightarrow 0$$

LATIHAN SOAL 1

Dengan menarik garis jawaban yang sesuai di sebelah kanan

Hitunglah nilai limit dari fungsi berikut:

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5 - 3x^2 - 5}{x^4 + 2x^3 + 1} = \dots$

0

2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 + 2x^3 + 4}{3x^4 - 5x^2 - 2} = \dots$

∞

3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 + 7x^2 - 9}{10x^4 - 4x^3 + 5} = \dots$

$\frac{1}{3}$

Dengan menggeser kotak yang ada di bawah untuk mengerjakan pertanyaan di bawah ini.

Berdasarkan hasil jawaban diatas maka kita dapat ambil kesimpulan :

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^m + bx^{m-1} + \dots + c}{px^n + qx^{n-1} + \dots + r}$$

Jika $m > n$ maka nilai dari $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^m + bx^{m-1} + \dots + c}{px^n + qx^{n-1} + \dots + r} =$

Jika $m = n$ maka nilai dari $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^m + bx^{m-1} + \dots + c}{px^n + qx^{n-1} + \dots + r} =$

Jika $m < n$ maka nilai dari $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^m + bx^{m-1} + \dots + c}{px^n + qx^{n-1} + \dots + r} =$

∞

0

$\frac{a}{p}$

CONTOH SOAL 2

Hitunglah nilai dari $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{9x^2 + 7x - 1} - \sqrt{9x^2 + 5x - 3}$

Penyelesaian

Pada soal diatas harus diubah dulu dikalikan dengan bentuk sekawan (tujuan untuk merubah menjadi bentuk pecahan) sehingga menjadi

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{9x^2 + 7x - 1} - \sqrt{9x^2 + 5x - 3}$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{9x^2 + 7x - 1} - \sqrt{9x^2 + 5x - 3} \cdot \frac{\sqrt{9x^2 + 7x - 1} + \sqrt{9x^2 + 5x - 3}}{\sqrt{9x^2 + 7x - 1} + \sqrt{9x^2 + 5x - 3}}$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(9x^2 + 7x - 1) - (9x^2 + 5x - 3)}{\sqrt{9x^2 + 7x - 1} + \sqrt{9x^2 + 5x - 3}}$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x + 2}{\sqrt{9x^2 + 7x - 1} + \sqrt{9x^2 + 5x - 3}}$$

Kemudian bagi dengan pangkat tertinggi. Pangkat tertinggi adalah x sehingga menjadi

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{2x}{x} + \frac{2}{x}}{\sqrt{\frac{9x^2}{x^2} + \frac{7x}{x^2} - \frac{1}{x^2}} + \sqrt{\frac{9x^2}{x^2} + \frac{5x}{x^2} - \frac{3}{x^2}}}$$


NOTES (pada pangkat tertinggi x maka didalam akar ditulis menjadi x^2). Contoh lain jika pangkat tertinggi x^2 ditulis menjadi x^4 dst.

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 + \frac{2}{x}}{\sqrt{9 + \frac{7}{x} - \frac{1}{x^2}} + \sqrt{9 + \frac{5}{x} - \frac{3}{x^2}}}$$

Gunakan sifat

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{k}{x^n} = 0$$

sehingga menjadi

$$\Leftrightarrow \frac{2 + 0}{\sqrt{9 + 0 - 0} + \sqrt{9 + 0 - 0}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{3+3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3}$$

LATIHAN SOAL 2

1. Nilai dari $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 + 9x - 3} - \sqrt{x^2 + 2x - 5}$ adalah...
 - a. 5
 - b. 4
 - c. $\frac{7}{2}$
 - d. 0
 - e. ∞

2. Nilai dari $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{16x^2 + 9x - 2} - (4x + 1)$ adalah...
 - a. 2
 - b. 1
 - c. $\frac{1}{2}$
 - d. $\frac{1}{8}$
 - e. 0