MATRIKS

SMK TEKNOLOGI

A. PENGERTIAN DAN NOTASI MATRIKS

1. PENGERTIAN

Matriks adalah susunan bilangan berbentuk persegi panjang yang diatur berdasarkan baris dan kolom yang ditulis diantara tanda kurung ( ) atau [ ] atau || ||

Susunan horizontal disebut dengan baris sedangkan susunan vertikal disebut dengan kolom

Bentuk Umum Matriks :

$$\begin{array}{cl} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdot & & & \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} & \begin{array}{l} \longrightarrow \text{baris } \mathbf{1} \\ \longrightarrow \text{baris } \mathbf{2} \\ \\ \longrightarrow \text{baris } \mathbf{m} \end{array} \\ \begin{array}{cccc} \downarrow & \downarrow & & \downarrow \\ \text{Kolom} & \text{Kolom} & & \text{Kolom} \end{array} & \end{array}$$

a_{mn} adalah elemen atau unsur matriks yang terletak pada baris ke-m dankolom ke-n Nama matriks ditulis dengan menggunakan huruf besar A,B, P, Q, dsb . Sedangkan Unsur/elemen-elemen suatu matriks dengan huruf kecil sesuai nama matriks dengan indeks sesuai letak elemennya, seperti a_{11}, a_{12}, ...

Contoh 1: Diketahui matriks A = $\begin{bmatrix} 1 & 4 & 6 & -3 & 8 \\ 2 & -5 & 9 & 12 & -4 \\ 3 & 0 & 7 & 5 & 10 \end{bmatrix}$

Tentukan :

a. banyak baris
b. banyak kolom
c. elemen-elemen baris ke-1
d. elemen-elemen kolom ke-3
e. $a_{3.4}$
f. $a_{1.3}$

Jawab :

a. banyak baris : **3** buah
b. banyak kolom :**5** buah
c. elemen-elemen baris ke-1 : **1, 4, 6, -3, 8**
d. elemen-elemen kolom ke-3 : **6, 9, 7**
e. $a_{3.4}$ = elemen baris ke-3 kolom ke-4 = **5**
f. $a_{1.3}$ = elemen baris ke-1 kolom ke-3 = **6**

Contoh 2: Diketahui $A = \begin{bmatrix} 1 & 7 \\ -2 & 5 \\ 3 & 8 \end{bmatrix}$

Tentukan letak elemen -2 dan 8 !

Jawab : elemen -2 = $\mathbf{a_{21}}$

elemen 8 = $\mathbf{a_{32}}$

2. ORDO MATRIKS

Yaitu banyaknya baris dan kolom yang menyatakan suatu matriks.

A_{mxn} artinya matriks A berordo m x n yaitu banyaknya baris m buah dan banyaknya kolom n buah.

Contoh : Diketahui $P = \begin{bmatrix} -1 & 3 & -6 & 4 \\ 5 & 0 & 2 & 8 \end{bmatrix}$ $Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 5 & 4 \\ 9 & -3 \end{bmatrix}$

Tentukan ordo matriks P dan Q

Jawab : Ordo matriks P = 2 x 4 atau $P_{2 \times 3}$; Ordo matriks Q = 3 x 2 atau $Q_{2 \times 3}$

3. JENIS-JENIS MATRIKS

1. Matriks Nol

Yaitu matriks yang setiap elemennya nol.

Contoh : $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

2. Matriks Baris

Yaitu matriks yang hanya mempunyai satu baris

Contoh : $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 & 3 \end{bmatrix}$

3. Matriks Kolom

Yaitu matriks yang hanya mempunyai satu kolom.

Contoh : $P = \begin{bmatrix} 4 \\ -5 \\ 8 \end{bmatrix}$ $Q = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 6 \\ 3 \end{bmatrix}$

4. Matriks Bujur sangkar/Matriks Persegi

Yaitu suatu matriks yang jumlah baris dan kolomnya sama.

Ordo matriks n x n sering disingkat dengan n saja.

Contoh : $K = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$, $L = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \\ -2 & 3 & 0 \end{bmatrix}$, $M = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 & 6 \\ 5 & 7 & -3 & 2 \\ 0 & 9 & 4 & 9 \\ -6 & 2 & 5 & 6 \end{bmatrix}$

5. Matriks Diagonal

Yaitu matriks persegi yang semua elemennya nol, kecuali elemen-elemen diagonal utamanya.

Contoh : $E = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ $F = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$

6. Matriks Satuan /MatriksIdentitas (I)

Yaitu matriks persegi yang semua elemen diagonal utamanya satu, dan elemen lainnya nol.

Contoh : $I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ $I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $I_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

7. Matriks Skalar

Yaitu matriks persegi yang semua elemen pada diagonal utamanya sama, tetapi bukan nol dan semua elemen lainnya nol.

Contoh : $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$ $C = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$

8. Matriks Segitiga Atas

Yaitu matriks yang semua elemen di bawah diagonal utamanya nol.

Contoh : $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 5 & 7 & 9 & 4 \\ 0 & -1 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 4 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$

9. Matriks Segitiga Bawah

Yaitu matriks yang semua elemen di atas diagonal utamanya nol.

Contoh : $K = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 4 & 4 & 0 \\ 1 & -3 & 2 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 9 & 3 & 4 & 0 \\ 8 & 2 & 6 & 7 \end{bmatrix}$

10. Matriks Koefisien

Yaitu matriks yang semua elemennya merupakan koefisien-keofisien dari suatu sistem persamaan linear.

Contoh1: Matriks koefisien dari sistem persamaan liniear 2x + 3y =7 adalah : $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -4 & 5 \end{bmatrix}$

-4x + 5y =-3

Contoh 2: Matriks koefisien dari sistem persamaan liniear 3x +2y-z = 7

4x +2z = 8 adalah $\begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 4 & 0 & 2 \\ 1 & -5 & 4 \end{bmatrix}$

x -5y+4z =-6

11. **Dan lain-lain**

LATIHAN SOAL

1. Diketahui $P = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 4 & 5 \\ 0 & 3 & 2 & 5 & 3 \\ 1 & 0 & -1 & 3 & 5 \end{bmatrix}$

   Tentukan :

   a. elemen-elemen baris ke-2
   b. elemen-elemen kolom ke-2
   c. elemen-elemen kolom ke-4
   d. elemen baris ke-1 kolom ke-3
   e. elemen baris ke-3 kolom ke-5
   f. ordo P

2. Diketahui $X = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 5 & 1 \\ 3 & -1 & 4 & 0 \\ -4 & 0 & -2 & 6 \end{bmatrix}$

   Tentrukan :

   a. ordo X
   b. elemen-elemen baris ke-2
   c. $x_{2.3}$
   d. $x_{3.1}$
   e. $x_{3.2}$

3. Diketahui $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 0 & -2 & -5 \\ -1 & 5 & 1 \\ 3 & 2 & -4 \end{bmatrix}$

Tentukan letak elemen :

a. –2 b. 5 c. 6 d. 3 e. 0

4. Berikut ini termasuk jenis matriks apa ?

a. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ b. $B = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$

c. $C = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & 0 \\ 4 & 3 & 3 \end{bmatrix}$ d. $D = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$

5. Berikan contoh lain dari matriks :

a. skalar b. segitiga bawah

c. segitiga atas d. diagonal

4. KESAMAAN DUA MATRIKS

Dua matriks dikatakan sama jika ordo dan elemen-elemen yang seletak sama.

Contoh 1: $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} p & q \\ r & s \end{bmatrix}$

Jika A= B maka: a=p, b=q, c=r dan d=s

Contoh 2: Tentukan x dan y dari $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 8 & -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & x \\ 2y & -5 \end{bmatrix}$

Jawab : x = 1

2y = 8 $\Rightarrow$ y =4

5. TRANSPOSE MATRIKS

Transpose (putaran) matriks A yaitu matriks yang diperoleh dari matriks A dengan menukarkan elemen-elemen pada baris menjadi kolom dan sebaliknya elemen-elemen pada kolom menjadi baris.

Transpose matriks A dinyatakan dengan A^T atau A'.

Contoh 3: Jika $P = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 7 & 3 & 9 \end{bmatrix}$ maka tentukan P^T

Jawab : $P^T = \begin{bmatrix} 1 & 7 \\ 2 & 3 \\ 4 & 9 \end{bmatrix}$

LATIHAN SOAL

1. Tentukan x dan y dari :

a. $\begin{bmatrix} 3 & 3x \\ 8 & -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -9 \\ 2y & -5 \end{bmatrix}$

b. $\begin{bmatrix} \frac{1}{2}x & 1 \\ 0 & y+3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 0 & x \end{bmatrix}$

c. $\begin{bmatrix} -4 & y+1 \\ 2x & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & 2y-x \\ x-5 & 3 \end{bmatrix}$

d. $\begin{bmatrix} x+2y \\ x-y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}$

2. Tentukan a, b, c dan d dari :

a. $\begin{bmatrix} 5 & 2a-6 \\ 3b & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 2b \\ 6 & 4 \end{bmatrix}$

b. $\begin{bmatrix} \frac{10}{b} & 2c \\ a-2 & bd \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a & -6 \\ c & 8 \end{bmatrix}$

c. $\begin{bmatrix} -3 & a \\ b+1 & \frac{d}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{c}{b} & d-3 \\ a-2 & 5 \end{bmatrix}$

d. $\begin{bmatrix} a+c & 3b+4d \\ -b+3d & 2a-c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 15 \\ 8 & 5 \end{bmatrix}$

3. Tentukan transposenya dari :

a. $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 0 \end{bmatrix}$

b. $B = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 5 & 0 & 3 \\ -1 & 2 & 5 \end{bmatrix}$

4. Tentukan c jika $A = \begin{bmatrix} 4a & 4 \\ 2b & 3c \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} c-6b & 2a \\ 4a+2 & 2b+14 \end{bmatrix}$ dan $A = B^T$