Завдання 1

Розв'язати рівняння $\sqrt[4]{2x-2}=2$

Розв'язок

$\sqrt[4]{2x-2}=2$ Знаходимо ОДЗ: $2x-2>0;$
$2x>2;$
$x>1$

Підносимо обидві частини рівняння до 4 степені

$$\sqrt[4]{2x-2}=2$$
$$\left(\sqrt[4]{2x-2}\right)^4=2^4$$
$$2x-2=16;$$
$$2x=18;$$
$$x=9$$

Відповідь: $x=9$

Завдання 2

Розв'язати рівняння $\sqrt{x+1}=x-1$

Розв'язок

$\sqrt{x+1}=x-1$. Знаходимо ОДЗ: $\begin{cases} x+1\geq 0; \\ x-1\geq 0; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x\geq -1; \\ x\geq 1; \end{cases} \Rightarrow x\geq 1$

Підносимо дві частини рівняння до квадрату

$$\left(\sqrt{x+1}\right)^2=(x-1)^2;$$
$$x+1=x^2-2x+1;$$
$$x^2-3x=0;$$
$$x(x-3)=0;$$
$$x=0; x=3$$

Корінь $x=0$ не задовольняє ОДЗ.

Відповідь: $x=3$

Завдання 3

Розв'язати рівняння $\sqrt[3]{x}+2\sqrt[3]{x^2}-3=0$

Розв'язок

Робимо заміну: $\sqrt[3]{x}=t;\sqrt[3]{x^2}=t^2$. Підставимо у рівняння, отримаємо:

$$t+2t^2-3=0;$$
$$2t^2+t-3=0;$$
$$D=1+24=25;$$
$$t_{1,2}=\frac{-1\pm\sqrt{25}}{4}=\frac{-1\pm5}{4};$$
$$t_1=1;t_2=-\frac{3}{2}$$

Повертаємось до змінної x:

$$\sqrt[3]{x}=1;$$
$$x=1$$

$$\sqrt[3]{x}=-\frac{3}{2};$$
$$x=\left(-\frac{3}{2}\right)^3=-\frac{27}{8}$$

Відповідь: $x=1;x=-\frac{27}{8}$

Завдання 4

Розв'язати рівняння $x^2-x+9+\sqrt{x^2-x+9}=12$

Розв'язок

$x^2-x+9+\sqrt{x^2-x+9}=12$. Знаходимо ОДЗ: $x^2-x+9>0;$

$$x^2-x+9=0;$$
$$D=1-36=-35<0$$

Тоді $x^2-x+9>0;$ при $x\in R$

Робимо заміну: $\sqrt{x^2-x+9}=t;x^2-x+9=t^2$, але ОДЗ: $t>0$

Підставляємо у рівняння

$t^2 + t = 12;$

$t^2 + t - 12 = 0;$

$t_1 = -4; t_2 = 3$

Так як $t_1 = -4 < 0$, то цей корінь не задовольняє ОДЗ.

Розглянемо $t_2 = 3$. Повернемося до змінної x

$\sqrt{x^2 - x + 9} = 3$ Підносимо до квадрата

$\left(\sqrt{x^2 - x + 9}\right)^2 = 3^2;$

$x^2 - x + 9 = 9;$

$x^2 - x = 0;$

$x(x-1) = 0;$

$x_1 = 0; x_2 = 1$

Відповідь: $x_1 = 0; x_2 = 1$