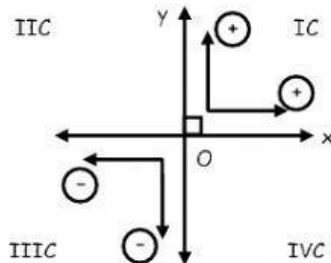


ANGULOS EN POSICIÓN NORMAL

NOCIONES PREVIAS

SISTEMAS DE COORDENADAS RECTANGULARES

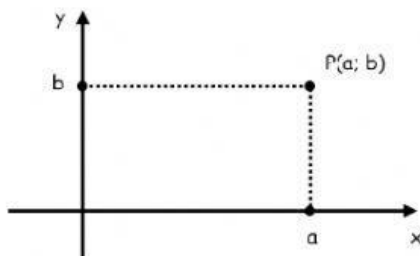


Donde:

- x : Eje de Abscisas
- y : Eje de Ordenadas
- IC : Primer Cuadrante
- IIC : Segundo Cuadrante
- IIIC : Tercer Cuadrante
- IVC : Cuarto Cuadrante
- O : Origen del Sistema



Ubicación de un punto



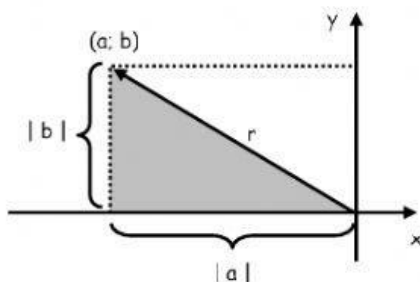
Donde:

- P : Punto del Sistema Bidimensional
- a : Abscisa del Punto P
- b : Ordenada del Punto P
- (a; b): Coordenadas del Punto P



RADIO VECTOR

Es el segmento de recta dirigido (**flecha**) que parte del origen hacia un punto cualquier del sistema; su longitud o módulo esta representado por "r".



Donde: r: Longitud del Radio Vector



$$r^2 = a^2 + b^2$$

¡Importante!

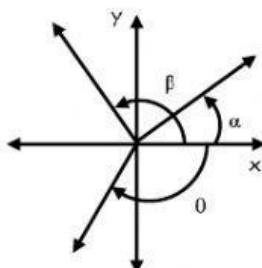
$r \rightarrow \oplus$

¡Recordar!

... $|a|^2 = a^2$

ÁNGULO EN POSICIÓN NORMAL

Es aquel Ángulo Trigonómico cuyo vértice coincide con el origen del sistema bidimensional y su lado inicial descansa en el semieje positivo de las abscisas, mientras que su lado final puede encontrarse en cualquiera de los cuadrantes o coincidir con algún semieje en cuyo caso es llamado ángulo cuadrantal.



Donde:

$\alpha, \beta \wedge \theta$ son las medidas de los ángulos en posición normal mostrados.

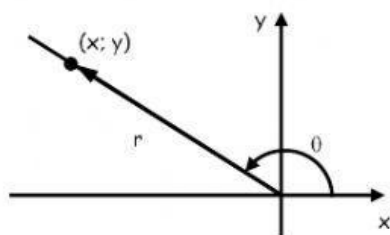
L.I.: Lado Inicial

L.F.: Lado Final

También son llamados «s en posición canónica o estándar.

¡Recordar!

Del siguiente gráfico definiremos las Razones Trigonómicas para un ángulo en posición normal los cuales son **independientes** del sentido de giro o el número de vueltas que pudiera realizar.

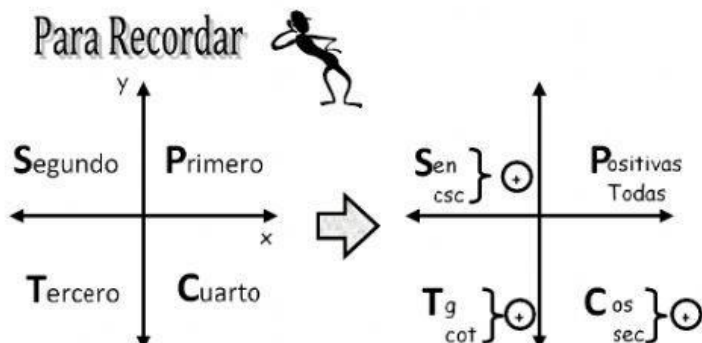


$\text{sen}\theta = \frac{\text{Ordenada}}{\text{M.R.V.}} = \frac{y}{r}$	$\text{csc}\theta = \frac{\text{M.T.V.}}{\text{Ordenada}} = \frac{r}{y}$
$\text{cos}\theta = \frac{\text{Abcisa}}{\text{M.R.V.}} = \frac{x}{r}$	$\text{sec}\theta = \frac{\text{M.R.V.}}{\text{Abcisa}} = \frac{r}{x}$
$\text{tg}\theta = \frac{\text{Ordenada}}{\text{Abcisa}} = \frac{y}{x}$	$\text{cot}\theta = \frac{\text{Abcisa}}{\text{Ordenada}} = \frac{x}{y}$

REGLA DE SIGNOS

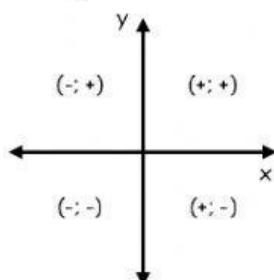
C \ R.T.	IC	IIC	IIIC	IVC
sen	+	+	-	-
cos	+	-	-	+
tg	+	-	+	-
cot	+	-	+	-
sec	+	-	-	+
csc	+	+	-	-

Para Recordar



Comprobación

Utilizamos el siguiente gráfico para un ángulo en posición normal de medida "θ".



IC. $x; y \wedge r$ son positivos entonces todas las divisiones son positivas.

IIC. $\text{sen}\theta = \frac{y}{r} = \frac{+}{+} = + \Rightarrow \text{cos}\theta = +$

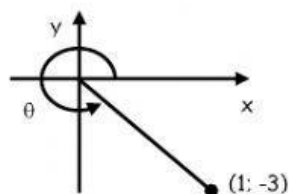
IIIC. $\text{tg}\theta = \frac{y}{x} = \frac{+}{-} = - \Rightarrow \text{cot}\theta = -$

IVC. $\text{cos}\theta = \frac{x}{r} = \frac{-}{+} = - \Rightarrow \text{sec}\theta = -$

Ejemplo 1

Del siguiente gráfico calcular:

$E = \sqrt{10}\text{sen}\theta - 12\text{cot}\theta$



Solución 1

a) Con el par ordenado del dato calculamos "r":

$r^2 = r^2 + (-3)^2 \Rightarrow r = \sqrt{10}$

b) Reemplazamos las definiciones:

$E = \sqrt{10} \cdot \left(\frac{-3}{\sqrt{10}}\right) - 12\left(\frac{1}{-3}\right)$

$E = -3 + 4 \Rightarrow E = 1$

Ejemplo 2

Indicar el signo resultante de la siguiente operación:

$E = \text{sen}130^\circ \cdot \text{cos}230^\circ \cdot \text{tg}330^\circ$

Solución 2

$E = \text{sen}130^\circ \cdot \text{cos}230^\circ \cdot \text{tg}330^\circ$

$E = + \cdot - \cdot - \Rightarrow E = +$

Ejemplo 3

Indicar el cuadrante al que pertenece la medida angular "θ" si:

$\text{tg}\theta < 0 \wedge \text{csc}\theta > 0$

Solución 3

$\text{tg}\theta = - \{ \text{IIC} \wedge \text{IVC} \}$
 $\text{csc}\theta = + \{ \text{IC} \wedge \text{IIC} \}$
 $\theta \in \text{IIC}$

EJERCICIOS DE APLICACIÓN

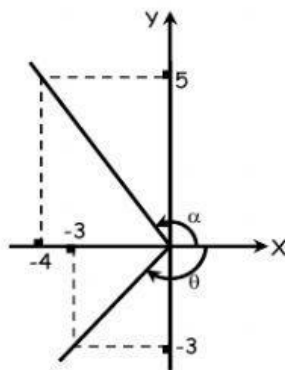
1. Si " θ " es un ángulo en posición normal cuyo lado final pasa por $(-2, -3)$. Determinar:
 $\sqrt{13} \operatorname{Sen} \theta + 6 \operatorname{Tg} \theta$

a) -1 b) 1 c) 2
d) 4 e) 6

2. Si el punto Q $(5, -12)$ pertenece al lado final del ángulo en posición normal " β ". Calcular:
 $E = \operatorname{Sec} \beta + \operatorname{Tg} \beta$

a) 0,5 b) -0,5 c) 0,2
d) -0,2 e) 1

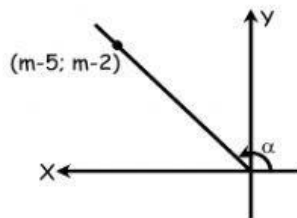
3. Del gráfico, determine: $E = \operatorname{Tg} \theta + \operatorname{Tg} \alpha$



a) -0,5 b) -0,25 c) 0,25
d) 0,5 e) 8,25

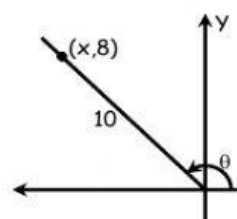
4. Si: $\operatorname{Ctg} \alpha = -2$. Calcular " m "

a) -5
b) -4
c) -3
d) -2
e) 3



5. Del gráfico, hallar $\operatorname{Cos} \theta$

a) 0,6
b) -0,6
c) 0,8
d) -0,8
e) -0,3



6. Determine a que cuadrante pertenece " θ ", si:
 $\operatorname{Sen} \theta > 0 \wedge \operatorname{Tg} \theta > 0$

a) I b) II c) III
d) IV e) Ninguno

7. Determine a que cuadrante pertenece " α ", si:
 $\operatorname{Sec} \alpha > 0 \wedge \operatorname{Csc} \alpha < 0$

a) I b) II c) III
d) IV e) Ninguno

8. Si: $\operatorname{Sen} \alpha = -\frac{3}{5}$, $\alpha \in \text{IVC}$. Calcular:
 $E = \operatorname{Sec} \alpha - \operatorname{Tg} \alpha$

a) 1 b) 2 c) -2
d) -1/2 e) 1/2

9. Si: $\operatorname{Sec} x = \sqrt{5}$, además: $\operatorname{Sen} x < 0$. Calcular:
 $E = \operatorname{Tg} x + \sqrt{5} \cdot \operatorname{Cos} x$

a) 0 b) 1 c) 2
d) -2 e) -1

10. Si " θ " está en posición canónica y su lado final pasa por $(-2, -1)$. Determine: $D = \sqrt{5} \operatorname{Sen} \theta - \operatorname{Ctg} \theta$

a) -1 b) -2 c) -3
d) 2 e) 3