

דני ודנה מצאו את הפונקציה הקדומה $F(x) = \int \sin x \cdot \cos x \, dx$ בדרכים שונות:

פתרונו של דני: דני זיהה את הפונקציה $\sin x$ ואת הנגזרת שלה $\cos x$

$$\int \sin x \cdot \cos x \, dx = \frac{\sin^2 x}{2} + C \quad \text{והראה כי}$$

פתרונה של דנה: דנה השתמשה בזהות הטריגונומטרית $2 \sin x \cdot \cos x = \sin 2x$

$$\int \sin x \cdot \cos x \, dx = \int \frac{\sin 2x}{2} \, dx = -\frac{\cos 2x}{4} + C \quad \text{והראתה כי:}$$

$$-\frac{\cos 2x}{4} \neq \frac{\sin^2 x}{2} \quad \text{אבל:}$$

1. בחר את שתי הזהויות שמסבירות את התוצאות השונות שהתלמידים קיבלו?

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \quad \sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\tan(-\alpha) = -\tan \alpha \quad \cos(-\alpha) = \cos \alpha \quad \sin(-\alpha) = -\sin \alpha$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \frac{1}{\tan \alpha} \quad \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha \quad \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha$$

$$\tan(\pi - \alpha) = -\tan \alpha \quad \cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha \quad \sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\tan(\pi + \alpha) = \tan \alpha \quad \cos(\pi + \alpha) = -\cos \alpha \quad \sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha$$

2. השלם את המילים במשפט הבא:

אם שתי פונקציות הן פונקציות קדומות של אותה הפונקציה אז ההפרש ביניהן הוא
והן אחת של השנייה.

3. מהו ההפרש בין הפונקציה הקדומה שדני מצא לפונקציה הקדומה שמצאה דנה?