



LEMBAR KERJA SISWA



(E-LKS)



Matematika Kelas XI SMA / MA

Disusun oleh :

Zetri Rahmadayati (A1C021011)

LEMBAR KERJA SISWA

Satuan Pendidikan : SMA / MA Sederajat
Nama Sekolah : SMA Negeri 3 Bengkulu Selatan
Kelas / Semester : XI / Genap
Mata Pelajaran : Matematika
Pokok Bahasan : Irisan Kerucut
Sub Pokok Bahasan : Persamaan Parametrik

Nama :

Kelas :

KOMPETENSI DASAR DAN INDIKATOR PEMBELAJARAN

1.	Menjelaskan persamaan parametrik	Siswa mampu menjelaskan persamaan parametrik
2.	Menjelaskan kurva parametrik	Siswa mampu menjelaskan panjang kurva parametrik
3.	Menjelaskan persamaan parametrik dari persamaan-persamaan irisan kerucut	Siswa mampu menjelaskan persamaan parametrik dari persamaan -persamaan irisan kerucut

Petunjuk Pengerjaan

1. Isilah identitas pada bagian yang disediakan
2. Baca materi yang telah diberikan dan juga tonton video yang sudah disediakan agar dapat lebih mudah memahami materi.
3. Kerjakan latihan soal sesuai petunjuk setiap jenis soal
4. Jika soal latihan pilihan ganda pilih salah satu antara A, B, C, D dan E
5. Jika soal latihan essay cukup ketikkan hasil akhir dari jawaban yang diminta
6. Setelah selesai mengerjakan, silahkan klik Finish di bawah.

PARAMETRIK

Sebelum masuk ke materi parametric perhatikan terlebih dahulu video berikut !!

A. Pengertian Persamaan Parametrik

Persamaan parametrik adalah persamaan yang mendefinisikan hubungan dua variabel, misalkan x dan y , dengan cara menggunakan dua persamaan dari dua variabel tersebut di mana masing-masing persamaan dinyatakan dalam suatu variabel. Variabel tersebut dinamakan parameter.

Persamaan parametrik adalah persamaan yang menyatakan hubungan variabel x dan y dan dituliskan dengan

$$\begin{aligned}x &= f(t) \\ y &= g(t).\end{aligned}$$

dengan $a \leq t \leq b$

Setiap nilai t mendefinisikan titik $(x, y) = (f(t), g(t))$. Koleksi semua titik dari domain t yang mungkin adalah grafik persamaan-persamaan parametrik dan disebut kurva parametrik.

B. Panjang Kurva Parametrik

Perhatikan kembali persamaan parameter berikut

$$\begin{aligned}x &= f(t) \\ y &= g(t)\end{aligned}$$

untuk $a \leq t \leq b$. Selanjutnya partisi pada interval $[a, b]$ menjadi n sub-interval dengan titik-titik ujung

$$a = t_0 < t_1 < t_2 < \dots < t_n = b.$$

Akibatnya, kurva dari persamaan parameter tersebut terpartisi oleh titik-titik $Q_0, Q_1, Q_2, \dots, Q_{n-1}$, dan Q_n . Perhatikan Gambar 7.5. Panjang Δs_i dapat diaproksimasi oleh

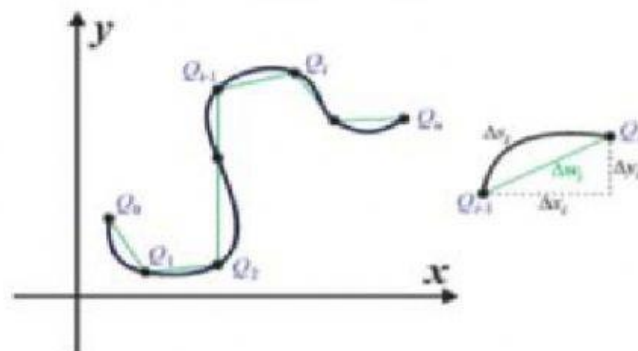
$$\begin{aligned}\Delta s_i &\approx \Delta w_i = \sqrt{(\Delta x_i)^2 + (\Delta y_i)^2} \\ &= \sqrt{(f(t_i) - f(t_{i-1}))^2 + (g(t_i) - g(t_{i-1}))^2}\end{aligned}$$

PARAMETRIK

Berdasarkan Teorema Nilai Rata-rata untuk turunan, bahwa

$$\frac{f(t_i) - f(t_{i-1})}{t_i - t_{i-1}} = f'(\widetilde{t}_i)$$

$$f(t_i) - f(t_{i-1}) = f'(\widetilde{t}_i) \Delta t_i$$



Gambar 7.5: Ilustrasi partisi kurva parametrik

dan

$$\frac{g(t_i) - g(t_{i-1})}{t_i - t_{i-1}} = g'(\widetilde{t}_i)$$

$$g(t_i) - g(t_{i-1}) = g'(\widetilde{t}_i) \Delta t_i$$

Sehingga

$$\begin{aligned} \Delta w_i &= \sqrt{(f(t_i) - f(t_{i-1}))^2 + (g(t_i) - g(t_{i-1}))^2} \\ &= \sqrt{[f'(\widetilde{t}_i) \Delta t_i]^2 + [g'(\widetilde{t}_i) \Delta t_i]^2} \\ &= \sqrt{[f'(\widetilde{t}_i)]^2 + [g'(\widetilde{t}_i)]^2} \Delta t_i \end{aligned}$$

Oleh karena itu, jumlah keseluruhannya menjadi

$$\sum_{i=1}^n \Delta w_i = \sum_{i=1}^n \sqrt{[f'(\widetilde{t}_i)]^2 + [g'(\widetilde{t}_i)]^2} \Delta t_i$$

Dengan demikian, jika banyaknya sub interval semakin besar (menuju tak hingga) maka diperoleh panjang kurva yang diinginkan. Jadi,

$$\begin{aligned} s &= \int_a^b \sqrt{[f'(\widetilde{t}_i)]^2 + [g'(\widetilde{t}_i)]^2} dt \\ &= \int_a^b \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2} dt. \end{aligned}$$

Terdapat dua kasus khusus yang sangat menarik. Jika kurva diberikan oleh $y = f(x)$, $a \leq x \leq b$, kita perlakukan x sebagai parameter dan hasil dalam kotak mengambil bentuk

$$s = \int_a^b \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx$$

Demikian pula, jika kurva diberikan oleh $x = g(y)$, $c \leq y \leq d$, kita perlakukan y sebagai parameter, diperoleh

$$s = \int_c^d \sqrt{\left(\frac{dx}{dy}\right)^2 + 1} dy$$

PARAMETRIK

Kurva parametrik juga dapat menggambar semua fungsi implisit, terutama irisan kerucut.

1. Persamaan Lingkaran

Persamaan implisit lingkaran $x^2 + y^2 = r^2$ dapat diubah menjadi persamaan-persamaan parametrik.

Kita sudah tahu bahwa bentuk persamaan lingkaran secara umum adalah

$$x^2 + y^2 = r^2 \quad (1)$$

dan persamaan lingkaran jika diketahui titik pusat $T_p = (p, q)$ adalah

$$(x - p)^2 + (y - q)^2 = r^2 \quad (2)$$

Kita perlu mengingat kembali sebelumnya pada salah satu identitas trigonometri yaitu:

$$\cos^2 t + \sin^2 t = 1$$

Tujuan kita adalah untuk mengubah x dan y masing – masing menjadi bentuk trigonometri $\cos t$ dan $\sin t$. Kembali pada persamaan lingkaran (1) tadi, kita akan menggunakan prinsip identitas di atas. Pertama kita akan membagi kedua ruas dengan r^2 sehingga:

$$\left(\frac{x}{r}\right)^2 + \left(\frac{y}{r}\right)^2 = 1$$

Sehingga melalui persamaan di atas, kita dapat misalkan $\frac{x}{r} = \cos t$ dan $\frac{y}{r} = \sin t$ sehingga kita dapat persamaan parametrik, yaitu

$$x = r \cos t$$

$$y = r \sin t$$

Selanjutnya dari persamaan lingkaran (2), dengan cara yang sama kita dapat:

$$\left(\frac{x-p}{r}\right)^2 + \left(\frac{y-q}{r}\right)^2 = 1$$

Sehingga melalui persamaan di atas, kita dapat misalkan $\frac{x-p}{r} = \cos t$ dan $\frac{y-q}{r} = \sin t$ sehingga kita dapat persamaan parametrik, yaitu:

$$x = r \cos t + p$$

$$y = r \sin t + q$$

2. Persamaan Elips

Persamaan-persamaan parametrik untuk elips sangat mirip dengan lingkaran. Perhatikan kembali bahwa bentuk persamaan elips secara umum adalah

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad \text{atau} \quad \left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 = 1 \quad (3)$$

Dan persamaan elips jika diketahui titik pusat $T_p = (a, b)$ adalah

$$\frac{(x-p)^2}{a^2} + \frac{(y-q)^2}{b^2} = 1 \quad \text{atau} \quad \left(\frac{x-p}{a}\right)^2 + \left(\frac{y-q}{b}\right)^2 = 1 \quad (4)$$

Pada persamaan elips (3) kita dapat misalkan $\frac{x}{a} = \cos t$ dan $\frac{y}{b} = \sin t$, maka persamaan-persamaan parametriknya adalah

PARAMETRIK

$$x = a \cos(t)$$

$$y = b \sin(t).$$

Kemudian untuk persamaan elips (4) kita dapat misalkan $\frac{x-p}{a} = \cos t$ dan $\frac{y-q}{b} = \sin t$, sehingga didapat persamaan parametriknya adalah

$$x = a \cos(t) + p$$

$$y = b \sin(t) + q$$

3. Persamaan Hiperbola

Bentuk umum persamaan hiperbola ada dua jenis, yaitu :

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1 \text{ dan } \frac{(y-k)^2}{b^2} - \frac{(x-h)^2}{a^2} = 1$$

Misalkan $\frac{x-h}{a} = \cosh t$ dan $\frac{y-k}{b} = \sinh t$, maka persamaan-persamaan parametrik untuk hiperbola $\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$ adalah sebagai berikut.

$$x = h \pm a \cosh(t)$$

$$y = k \pm b \sinh(t).$$

Misalkan $\frac{x-h}{a} = \sinh t$ dan $\frac{y-k}{b} = \cosh t$ sehingga kita dapat persamaan parametrik, yaitu:

$$x = h \pm a \sinh t$$

$$y = k \pm b \cosh t$$

PARAMETRIK

SOAL PILIHAN GANDA

1. Panjang kurva dari persamaan parametrik $x = \cos t$ dan $y = \sin t$, jika $0 \leq t \leq 2\pi$ adalah...
 - A. 2π
 - B. 6π
 - C. 10π
 - D. 4π
 - E. 8π
2. Persamaan parametrik $x = 3 \sec t + 4$ dan $y = 2 \tan t - 2$ apabila digambarkan pada geogebra maka bangun datar yang akan terbentuk adalah...
 - A. Lingkaran
 - B. Parabola
 - C. Segitiga
 - D. Elips
 - E. Hiperbola

SOAL URAIAN

1. Ubahlah persamaan elips $\frac{(x-4)^2}{9} + \frac{(y-5)^2}{16} = 1$ dalam bentuk persamaan parametrik !



2. Ubahlah persamaan hiperbolik $4x^2 - 16y^2 - 24x - 64y - 92 = 0$ dalam bentuk persamaan parametrik trigonometri!

