



LKS INTERAKTIF

PERSAMAAAN PARAMETRIK

Nama :

Kelas :



Kompetensi Dasar

Kompetensi Dasar	Indikator Pencapaian Kompetensi
3.3 Menjelaskan Persamaan Parametrik	3.3.1 Menganalisis panjang kurva 3.3.2 Menganalisis garis singgung persamaan parametrik
4.3 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan persamaan parametrik untuk irisan kerucut (lingkaran, elips, dan hiperbola)	4.3.1 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan lingkaran 4.3.2 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan elips 4.3.3 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan hiperbola

Petunjuk Pengerjaan:

- 1) Isilah identitas pada bagian yang disediakan
- 2) Pahami materi yang telah diberikan
- 3) Kerjakan Latihan sesuai bagian masing-masing
- 4) Latihan pilihan ganda pilih salah satu antara a,b,c dan d

1. Pengertian Persamaan Parametrik

Dalam matematika, Persamaan Parametrik mendefinisikan sekelompok kuantitas sebagai fungsi dari satu atau lebih variabel independen yang disebut parameter. Persamaan Parametrik biasanya digunakan untuk menyatakan koordinat dari titik-titik yang membentuk objek geometris seperti kurva atau permukaan, dalam hal ini persamaan representasi parametrik atau parameterization (sebagai alternatif dieja sebagai parametrisation) of the object

Contohnya persamaan

$$x = \cos t$$

$$y = \sin t$$

membentuk representasi parametrik dari lingkaran satuan, di mana t adalah parameternya: Sebuah titik (x, y) ada di lingkaran satuan, jika nilai t sehingga keduanya sama. Kadang-kadang persamaan parametrik untuk variabel keluaran individu skalar digabungkan menjadi satu persamaan parametrik di vektor:

$$(x, y) = (\cos t, \sin t)$$

2. Panjang Kurva Parametrik

Perhatikan kembali persamaan parameter berikut

$$x = f(t)$$

$$y = g(t)$$

untuk $a \leq t \leq b$. Selanjutnya partisi pada interval $[a, b]$ menjadi n sub-interval dengan titik-titik ujung

$$a = t_0 < t_1 < t_2 < \dots < t_n = b$$

Rumus Panjang kurva yaitu:

$$\int_a^b \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2} dt.$$

3. Garis Singgung Persamaan Parametrik

Diberikan persamaan-persamaan parametrik:

$$x = f(t)$$

$$y = g(t)$$

Untuk $t \in I$. Garis singgung (baik horisontal maupun vertikal) dari persamaan-persamaan parametrik tersebut dapat ditemukan dengan menentukan dimana titik stasioner tersebut. Posisi titik yang menjadi titik stasioner dari garis singgung horisontal dapat dicari dengan menyelesaikan

$$\frac{dy}{dt} = 0$$

sedangkan titik stasioner dari garis singgung vertikal dapat ditemukan dengan menyelesaikan persamaan

$$\frac{dx}{dt} = 0$$

4. Persamaan Parametrik Untuk Irisan Kerucut

a. Persamaan Lingkaran

Persamaan implisit lingkaran $x^2 + y^2 = r^2$ dapat diubah menjadi persamaan-persamaan parametrik.

Kita sudah tahu bahwa bentuk persamaan lingkaran secara umum adalah

$$x^2 + y^2 = r^2$$

Persamaan lingkaran jika diketahui titik pusat $T_p = (p, q)$ adalah

$$(x - p)^2 + (y - q)^2 = r^2$$

Kita perlu mengingat kembali sebelumnya pada salah satu identitas trigonometri yaitu:

$$\cos^2 t + \sin^2 t = 1$$

Kita dapat persamaat parametrik, yaitu:

$$x = r \cos t + p$$

$$y = r \sin t + q$$

b. Persamaan Elips

Persamaan-persamaan parametrik untuk elips sangat mirip dengan lingkaran. Perhatikan kembali bahwa bentuk persamaan elips secara umum adalah

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ atau } \left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 = 1$$

Dan persamaan elips jika diketahui titik pusat $T_p = (a, b)$ adalah

$$\frac{(x - p)^2}{a^2} + \frac{(y - q)^2}{b^2} = 1 \text{ atau } \left(\frac{x - p}{a}\right)^2 + \left(\frac{y - q}{b}\right)^2 = 1$$

Maka didapat persamaan parametriknya adalah

$$x = a \cos(t) + p$$

$$y = b \sin(t) + q$$

c. Persamaan Hiperbola

Bentuk umum persamaan hiperbola ada dua jenis, yaitu:

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1 \text{ dan } \frac{(y-k)^2}{b^2} - \frac{(x-h)^2}{a^2} = 1$$

Persamaan parametriknya yaitu:

$$x = h \pm a \sinh t$$

$$y = k \pm b \cosh t$$

Latihan

1. Carilah panjang ruas garis dari A(0,1) ke B(5,13) ...
 - a. 10
 - b. 8
 - c. 5
 - d. 13

2. Carilah persamaan garis singgung pada kurva parametrik berikut:
 $x = 1 + 4t - t^2$ dan $y = 2 - t^3$ di titik $t = 1$
 - a. $y = -\frac{3}{2}(x - 4)$
 - b. $y = \frac{3}{2}(x - 8)$
 - c. $y = -\frac{6}{4}(x - 4)$
 - d. $y = -\frac{2}{3}(x - 2)$

3. Ubahlah persamaan lingkaran $x^2 + y^2 = 64$ menjadi persamaan parametrik...
 - a. $x = 8 \cos t$ dan $9 \sin t$
 - b. $x = 8 \cos t$ dan $8 \sin t$
 - c. $x = 9 \cos t$ dan $9 \sin t$
 - d. $x = 6 \cos t$ dan $7 \sin t$

4. Ubahlah persamaan elips $\frac{(x-5)^2}{36} + \frac{(y-4)^2}{16} = 1$ dalam bentuk persamaan parametrik ...
 - a. $x = 6 \cos t + 5$ dan $4 \sin t + 4$
 - b. $x = 4 \cos t + 4$ dan $6 \sin t + 5$
 - c. $x = 5 \cos t + 6$ dan $4 \sin t + 4$
 - d. $x = 7 \cos t + 8$ dan $2 \sin t + 2$

5. Ubahlah persamaan hiperbolik $4x^2 - 16y^2 - 24x - 64y - 92 = 0$ dalam bentuk persamaan parametrik trigonometri...
 - a. $x = 2 \sec t + 3$ dan $4 \tan t - 2$
 - b. $x = 4 \sec t + 2$ dan $3 \tan t - 2$
 - c. $x = 4 \sec t + 3$ dan $2 \tan t - 2$
 - d. $x = 2 \sec t + 2$ dan $4 \tan t - 4$

