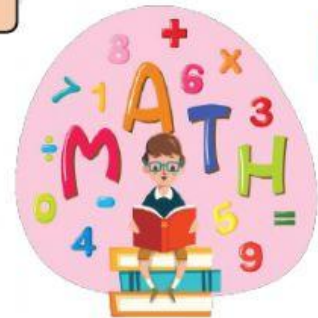


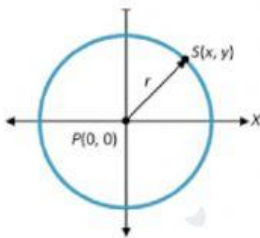
Persamaan Lingkaran dan Garis Singgung Lingkaran

Tahukah kamu apa itu lingkaran?



Dalam geometri Euclidean, lingkaran adalah himpunan semua titik pada bidang dalam jarak dari titik tertentu yang disebut jari-jari ke titik tertentu yang disebut pusat. Meski Lingkaran Dalam Wahyudi (2013:125) adalah kurva tertutup kesederhanaan khusus. Lingkaran adalah tempat kedudukan titik-titik yang berjarak sama terhadap sebuah titik tertentu yang digambarkan pada bidang cartesius. Lingkaran adalah bentuk sempurna dari semua benda di alam semesta karena lingkaran tidak ada akhir dan awal.

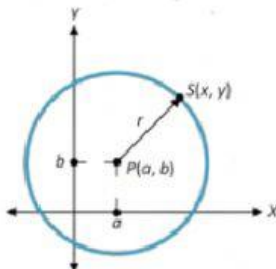
1. Persamaan Lingkaran yang Berpusat di $O(0,0)$ dan Berjari-jari r



Persamaan lingkaran dengan pusat O dan jari-jari adalah

$$x^2 + y^2 = r^2$$

2. Persamaan Lingkaran yang Berpusat di $A(a,b)$ dan Berjari-jari r



Persamaan lingkaran dengan pusat $A(a,b)$ dan jari-jari r adalah

$$r^2 = (x - a)^2 + (y - b)^2$$

3. Bentuk Umum Persamaan Lingkaran

1. Menyatakan Bentuk Umum Persamaan Lingkaran

- Lingkaran dengan pusat O (0,0) dan jari-jari r

$$L \equiv x^2 + y^2 = r^2$$

- Lingkaran dengan pusat A(a,b) dan jari-jari r

$$L \equiv (x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

Bentuk umum dari persamaan lingkaran dapat dinyatakan dengan persamaan

$$x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0 \text{ (A, B dan C bilangan real)}$$

2. Menentukan Pusat dan Jari-Jari Lingkaran

Secara umum, pusat dan jari-jari lingkaran $L \equiv x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$ dapat ditentukan sebagai berikut.

$$L \equiv x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$$

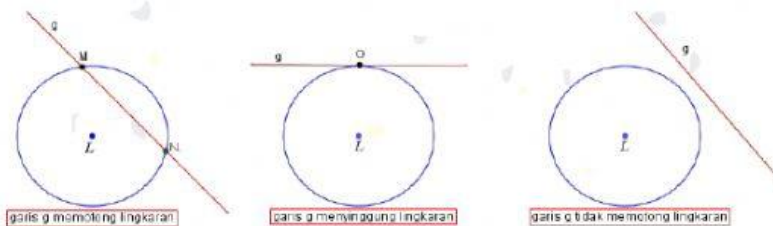
$$\Leftrightarrow L \equiv (x^2 + Ax + \frac{A^2}{4}) - \frac{A^2}{4} + (y^2 + By + \frac{B^2}{4}) - \frac{B^2}{4} + C = 0$$

$$\Leftrightarrow L \equiv (x^2 + \frac{A}{2})^2 + (y^2 + \frac{B}{2})^2 = \frac{A^2}{4} + \frac{B^2}{4} - C = 0$$

Berdasarkan persamaan tersebut, dapat ditetapkan

- Pusat lingkaran : $(-\frac{A}{2}, -\frac{B}{2})$
- Jari jari lingkaran : $r = \sqrt{\frac{A^2}{4} + \frac{B^2}{4} - C}$

4. Posisi Garis Terhadap Lingkaran

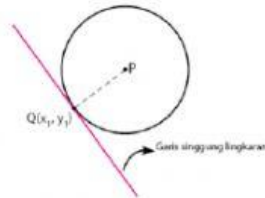


- Pada gambar a, garis g memotong lingkaran di dua titik yang berlainan.

- Pada gambar b, garis g memotong lingkaran di satu titik, atau dapat dikatakan garis g menyinggung lingkaran di titik S.
- Pada gambar c, garis g tidak memotong maupun lingkaran menyinggung lingkaran.

$$D = b^2 - 4ac$$

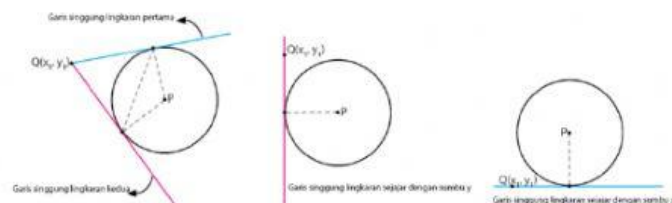
1. Persamaan Garis Singgung Lingkaran Yang Melalui Suatu Titik Pada Lingkaran



Jika titik singgung pada lingkaran adalah (x_1, y_1) maka rumus umum persamaan garis singgung lingkaran yang melalui satu titik dapat dilihat pada tabel di bawah.

Persamaan Lingkaran	Persamaan Garis Singgung
$x^2 + y^2 = r^2$	$xx_1 + yy_1 = r^2$
$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$	$(x-h)(x_1-h) + (y-k)(y_1-k) = r^2$
$x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$	$xx_1 + yy_1 + \frac{1}{2}A(x+x_1) + \frac{1}{2}B(y+y_1) + C = 0$

2. Garis Singgung Melalui Suatu Titik di Luar Lingkaran



3. Garis Singgung Lingkaran dengan Gradien Tertentu

Persamaan Lingkaran	Persamaan Garis Singgung
$x^2 + y^2 = r^2$	$y = mx \pm r\sqrt{m^2 + 1}$
$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$	$(y-k) = m(x-h) \pm r\sqrt{m^2 + 1}$
$x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$	$(y-k) = m(x-h) \pm r\sqrt{m^2 + 1}$ dengan, $h = -\frac{1}{2}A$ dan $k = -\frac{1}{2}B$ $r = \sqrt{\left(-\frac{1}{2}A\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}B\right)^2 - C}$



Latihan Soal

A. Pilihan Ganda

Jawablah soal-soal berikut ini dengan benar. Pilihlah jawaban yang benar dengan mengklik pada pilihan A, B, C, D atau E

1. Persamaan lingkaran dengan pusat $P(3,1)$ dan menyinggung garis $3x + 4y + 7 = 0$ adalah...

A $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 6 = 0$

B $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 9 = 0$

C $x^2 + y^2 - 6x - 2y - 6 = 0$

D $x^2 + y^2 + 6x - 2y - 9 = 0$

E $x^2 + y^2 + 6x + 2y + 6 = 0$

2. Lingkaran L menyinggung sumbu-x, menyinggung lingkaran $x^2 + y^2 = 4$ dan melalui titik $(4,6)$. Persamaan lingkaran L adalah...

A $(x - 4)^2 + (y + 6)^2 = 144$

B $(x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 5$

C $x^2 + y^2 - 8x - 6y + 16 = 0$

D $x^2 + y^2 - 24x + 44 = 0$

E $x^2 + y^2 - 8x + 6y + 56 = 0$

3. Jika lingkaran $x^2 + y^2 + Ax + Ay + A = 0$ dengan $A > 0$, mempunyai jari-jari $\frac{1}{2}a$. Maka nilai A adalah....

A 4

D 7

B 5

E 8

C 6

©DIZZYBRUNETTES



4. Lingkaran yang sepusat dengan lingkaran $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 17 = 0$ dan menyinggung garis $3x - 4y + 7 = 0$ mempunyai persamaan...

A $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 25$

B $(x - 3)^2 + (y + 3)^2 = 16$

C $(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 25$

D $(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 16$

E $(x - 4)^2 + (y + 6)^2 = 25$

5. Lingkaran $L_1 = x^2 + y^2 - 10x + 2y + 17 = 0$ dan $L_2 = x^2 + y^2 + 8x - 22y - 7 = 0$

A Tidak Berpotongan

B Bersinggungan dalam

C Bersinggungan luar

D Berpotongan di dua titik

E Mempunyai jari-jari sama

6. Persamaan Lingkaran $L = (x - 5)^2 + (y - 1)^2 = 1$ memotong garis $y = 1$. Hitunglah persamaan garis singgung lingkarannya?

A $x = 4$ dan $x = 4$

B $x = 2$ dan $x = 3$

C $x = 2$ dan $x = 2$

D $x = 5$ dan $x = 2$

E $x = 6$ dan $x = 4$

Masih semangat
kan? Yukk lanjut
sedikit lagi...

©DIZZYBRUNETTES



B. Uraian

Carilah jawaban dan penyelesaian dari soal-soal berikut ini. Kemudian tuliskan hasil akhir jawaban pada tempat yang telah disediakan!

1. Carilah persamaan lingkaran yang mempunyai titik pusat (2,3) dan diameter 8 cm.

Jawab :

2. Tentukan pusat serta jari-jari dari persamaan lingkaran $(5 - x)^2 + (7 - y)^2 = 10$

Jawab :

3. Tentukan persamaan lingkaran yang berpusat di (2,-3) dan menyinggung garis $3x - 4y + 7 = 0$

Jawab :

4. Tentukan persamaan garis singgung lingkaran $x^2 + y^2 = 5$ dengan gradien $m = 1$

Jawab :

