LKS INTERAKTIF

Satuan Pendidikan : SMA/MA Sederajat

Nama Sekolah : SMA Negeri 2 Kota Bengkulu

Kelas/Semester : XI/Genap

Mata Pelajaran : Matematika

Pokok Bahasan : Persamaan Parametrik

KOMPETENSI INTI

1.	Menghargai dan menghayati perilaku jujur, disiplin, tanggungjawab, peduli (toleransi, gotongroyong, santun, percaya diri, dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam dalam jangkauan pergaulan dan keberadaannya.
2.	Memahami pengetahuan (faktual, konseptual, dan prosedural) berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya terkait fenomena dan kejadian tampak mata.

KOMPETENSI DASAR

1.	Menjelaskan persamaan parametrik
2.	Menjelaskan panjang kurva parametrik
3.	Menjelaskan persamaan parametrik dari persamaan-persamaan irisan kerucut

INDIKATOR

1.	Siswa mampu menjelaskan persamaan parametrik
2.	Siswa mampu menjelaskan panjang kurva parametrik
3.	Siswa mampu menjelaskan persamaan parametrik dari persamaan-persamaan irisan kerucut

MATERI PELAJARAN

1. Pengertian Persamaan Parametrik

Persamaan parametrik adalah persamaan yang mendefinisikan hubungan dua variabel, misalkan x dan y, dengan cara menggunakan dua persamaan dari dua variabel tersebut di mana masing-masing persamaan dinyatakan dalam suatu variabel.

Variabel tersebut dinamakan parameter.

Persamaan parametrik adalah persamaan yang menyatakan hubungan variabel x dan y dituliskan dengan

$$x = f(t)$$

$$y = g(t)$$

dengan $a \leq t \leq b$.

Setiap nilai t mendefinisikan titik (x, y) = (f(t), g(t)). Koleksi semua titik dari domain t yang mungkin adalah grafik persamaan-persamaan parametrik dan disebut kurva parametrik.

Supaya lebih memahami ap aitu persamaan parametrik, silajkan simak video berikut ini.

Sumber:Youtube

2. Panjang Kurva Parametrik

Perhatikan kembali persamaan parameter berikut.

$$x = f(t)$$
$$y = g(t),$$

untuk $a \le t \le b$. Selanjutnya partisi pada interval [a, b] menjadi n sub-interval dengan titik-titik ujung

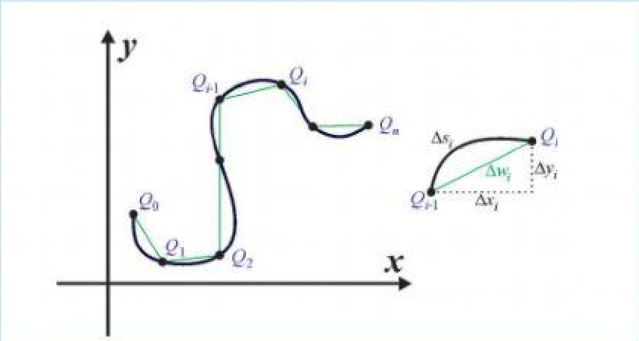
$$a = t_0 < t_1 < t_2 < \cdots < t_n = b$$

Akibatnya, kurva dari persamaan parameter tersebut terpartisi oleh titik-titik Q_0, Q_1, Q_2, . . ., Q_{n-1}, dan Q_n. Perhatikan Gambar 7.5. Panjang Δ_{si} dapat diaproksimasi oleh

$$\Delta_{si} \approx \Delta_{wi} = \sqrt{(\Delta_{xi})^2 + \left(\Delta_{yi}\right)^2}$$
$$= \sqrt{(f(t_i) - f(t_{i-1}))^2 + (g(t_i) - g(t_{i-1}))^2}$$

Berdasarkan Teorema Nilai Rata-rata untuk turunan, bahwa

$$\frac{f(t_i) - f(t_{i-1})}{t_i - t_{i-1}} = f'(\tilde{t}_i)$$
$$f(t_i) - f(t_i - 1) = f'(\tilde{t}_i)\Delta_{ti}$$



Dan

$$\frac{g(t_i) - g(t_{i-1})}{t_i - t_{i-1}} = g'(\tilde{t}_i)$$

$$g(t_i) - g(t_i - 1) = g'(\tilde{t}_i)\Delta_{ti}$$

Sehingga

$$\Delta_{wi} = \sqrt{(f(t_i) - f(t_{i-1}))^2 + (g(t_i) - g(t_{i-1}))^2}$$
$$= \sqrt{[\,f'(\tilde{t_i})\Delta t_i]^2 + [\,g'(\hat{t}_i)\Delta t_i]^2}$$
$$= \sqrt{[\,f'(\tilde{t_i})]^2 + [\,g'(\hat{t}_i)]^2}\,\Delta t_i.$$

Oleh karena itu, jumlah keseluruhannya menjadi

$$\sum_{i=1}^{n} \Delta_{wi} = \sum_{i=1}^{n} \sqrt{[\,f'(\tilde{t_i})]^2 + [\,g'(\hat{t}_i)]^2}\;\Delta t_i$$

Dengan demikian, jika banyaknya sub interval semakin besar (menuju tak hingga) maka diperoleh panjang kurva yang diinginkan. Jadi,

$$s = \int_a^b \sqrt{[\,f'(\tilde{t_i})]^2 + [\,g'(\hat{t}_i)]^2}\,\mathrm{d}t$$

$$= \int_a^b \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2}\,dt$$

Jadi, Rumus panjang kurva parametrik adalah $\int_a^b \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2}\,dt$

Supaya lebih memahami tentang panjang kurva parametrik, silahkan simak video berikut ini.

Sumber: Youtube

3. Persamaan Parametrik dari Persamaan-persamaan Irisan Kerucut

1. Persamaan Lingkaran

   a. Lingkaran yang berpusat pada titik O(0,0) dan berjari-jari r : Persamaan Lingkaran : $x^2 + y^2 = r^2$

   b. Lingkaran yang berpusat pada titik M(a,b) dan berjari-jari r : Persamaan Lingkaran : $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$

Kita perlu mengingat kembali sebelumnya pada salah satu identitas trigonometri yaitu:

$$\cos^2 t + \sin^2 t = 1$$

Bentuk sederhana dari ersamaan Lingkaran : $x^2 + y^2 = r^2 = \left(\frac{x}{r}\right)^2 + \left(\frac{y}{r}\right)^2 = 1$, jika kita memisalkan $\frac{x}{r} = \cos t$ dan $\frac{y}{r} = \sin t$, maka persamaan parametriknya adalah x = r cos t dan y = r sin t.

Sedangkan, bentuk sederhana dari persamaan Lingkaran: $(x-p)^2 + (y-q)^2 = r^2$, yaitu $\left(\frac{x-p}{r}\right)^2 + \left(\frac{y-q}{r}\right)^2 = 1$, jika kita memisalkan $\frac{x-p}{r} = \cos t$ dan $\frac{y-q}{r} = \sin t$, maka persamaan parametriknya adalah x = r cos t + p dan y = r sin t +q.

2. Persamaan Elips
   a. Elips standar berpusat pada titik (0,0)
      1. Elips Horizontal

         Persamaan : $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ bentuk sederhananya $\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 = 1$
      2. Elips Vertikal

         Persamaan : $\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$bentuk sederhananya $\left(\frac{x}{b}\right)^2 + \left(\frac{y}{a}\right)^2 = 1$
   b. Elips Tak Standar tidak berpusat pada (0,0)
      1. Elips Tak Standar jenis pertama

         Persamaan : $\frac{(x-k)^2}{a^2} + \frac{(y-h)^2}{b^2} = 1$ bentuk sederhananya $\left(\frac{x-k}{a}\right)^2 + \left(\frac{y-h}{b}\right)^2 = 1$
      2. Elips Tak Standar jenis kedua

         Persamaan : $\frac{(x-k)^2}{b^2} + \frac{(y-h)^2}{a^2} = 1$ bentuk sederhananya $\left(\frac{x-k}{b}\right)^2 + \left(\frac{y-h}{a}\right)^2 = 1$

Dari persamaan-persamaan elips diatas dapat kita misalkan untuk persamaan elips horizontal standar,

$\frac{x}{a} = \cos t$ dan $\frac{y}{b} = \sin t$. Maka, kita dapatkan bahwa:

$$x = \cos t\ a$$

$$y = \sin t\ b$$

3. Persamaan Hiperbola

a. Hiperbola yang berpusat pada titik (0,0)

1. Hiperbola Horizontal

Persamaan : $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ bentuk sederhananya $\left(\frac{x}{a}\right)^2$ - $\left(\frac{y}{b}\right)^2 = 1$

2. Hiperbola Vertikal

Persamaan : $\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$ bentuk sederhananya $\left(\frac{y}{a}\right)^2$ - $\left(\frac{x}{b}\right)^2 = 1$

b. Hiperbola yang berpusat pada titik (p,q)

1. Hiperbola Horizontal

Persamaan : $\frac{(x-p)^2}{a^2} - \frac{(y-q)^2}{b^2} = 1$ bentuk sederhananya

$\left(\frac{x-k}{a}\right)^2$ - $\left(\frac{y-h}{b}\right)^2 = 1$

2. Hiperbola Vertikal

Persamaan : $\frac{(y-q)^2}{a^2} - \frac{(x-p)^2}{b^2} = 1$ bentuk sederhananya

$\left(\frac{y-k}{a}\right)^2$ - $\left(\frac{x-h}{b}\right)^2 = 1$

Pertama kita akan menggunakan salah satu identitas trigonometri yaitu

$$\text{Sec}^2\, t - \tan^2 t = 1$$

Contoh untuk persamaan hiperbola horizontal di (0,0)

$\frac{x}{a} = sec^2 t$ dan $\frac{y}{b} = tan^2 t$, maka perssamaan parametriknya:

$$\text{x} = \text{a}\ sec^2 t$$

$$\text{y} = \text{b}\ tan^2 t$$

LATIHAN

Petunjuk :

Jawabalah soal-soal berikut ini dengan benar. Carilah jawaban yang benar kemudian pilihlah jawaban yang benar dengan mengklik pada pilihan A,B,C,D, dan E!

1. Panjang kurva dari persamaan parametrik x = cos t dan y = sin t, jika 0 ≤ t ≤ 2л adalah…

   A. 2л　　C. 6л　　E. 10л

   B. 4л　　D. 8л

2. Persamaan parametrik dari persamaan lingkaran $x^2 + y^2 = 49$ adalah…

   A. $x = 49\cos t$ dan $y = 49\sin t$　　C. $x = 4\sec t + 3$ dan $y = 2\tan t - 2$

   B. $x = 7\cos t$ dan $y = 7\sin t$　　D. $x = 3\sec t + 4$ dan $y = 2\tan t - 2$

   E. $x = 3\cos t + 4$ dan $y = 4\sin t + 5$

3. Bentuk persamaan parametrik dari persamaan elips $\frac{(x-4)^2}{9} + \frac{(y-5)^2}{16} = 1$ adalah…

   A. $x = 49\cos t$ dan $y = 49\sin t$　　C. $x = 4\sec t + 3$ dan $y = 2\tan t - 2$

   B. $x = 7\cos t$ dan $y = 7\sin t$　　D. $x = 3\sec t + 4$ dan $y = 2\tan t - 2$

   E. $x = 3\cos t + 4$ dan $y = 4\sin t + 5$

4. Bentuk persamaan parametrik trigonometri dari persamaan hiperbola $4x^2 - 16y^2 - 24x - 64y - 92 = 0$ adalah…

   A. $x = 49\cos t$ dan $y = 49\sin t$　　C. $x = 4\sec t + 3$ dan $y = 2\tan t - 2$

   B. $x = 7\cos t$ dan $y = 7\sin t$　　D. $x = 3\sec t + 4$ dan $y = 2\tan t - 2$

   E. $x = 3\cos t + 4$ dan $y = 4\sin t + 5$

5. Persamaan parametrik $x = 7\cos t$ dan $y = 7\sin t$ jika diubah menjadi persamaan biasa, maka persamaannya adalah…

   A. $4x^2 - 16y^2 - 24x - 64y - 92 = 0$　　C. $x^2 + y^2 = 49$　　E. $x^2 + y^2 = 36$

   B. $\frac{(x-4)^2}{9} + \frac{(y-5)^2}{16} = 1$　　D. $x^2 + y^2 = 81$

6. Persamaan parametrik $x = 4 \sec t + 3$ dan $y = 2 \tan t - 2$ jika diubah kedalam persamaan biasa maka persamaannya adalah…

A. $4x^2 - 16y^2 - 24x - 64y - 92 = 0$ C. $x^2 + y^2 = 49$ E. $x^2 + y^2 = 36$

B. $\frac{(x-4)^2}{9} + \frac{(y-5)^2}{16} = 1$ D. $x^2 + y^2 = 81$

7. Persamaan parametrik $x = 3 \cos t + 4$ dan $y = 4 \sin t + 5$ jika diubah kedalam persamaan biasa maka persamaannya adalah…

A. $4x^2 - 16y^2 - 24x - 64y - 92 = 0$ C. $x^2 + y^2 = 49$ E. $x^2 + y^2 = 36$

B. $\frac{(x-4)^2}{9} + \frac{(y-5)^2}{16} = 1$ D. $x^2 + y^2 = 81$

8. Persamaan parametrik $x = 3 \sec t + 4$ dan $y = 2 \tan t - 2$ apabila digambarkan pada geogebra maka bangun datar yang akan terbentuk adalah…

A. Lingkaran C. Parabola E. Segitiga

B. Elips D. Hiperbola

9. Persamaan parametrik $x = 3 \cos t + 2$ dan $y = 2 \sin t + 5$ apabila digambarkan pada geogebra maka bangun datar yang akan terbentuk adalah…

A. Lingkaran C. Parabola E. Segitiga

B. Elips D. Hiperbola

10. Persamaan parametrik $x = 6 \cos t$ dan $y = 6 \sin t$ apabila digambarkan pada geogebra maka bangun datar yang akan terbentuk adalah…

A. Lingkaran C. Parabola E. Segitiga

B. Elips D. Hiperbola

~GOOD LUCK!!!!~