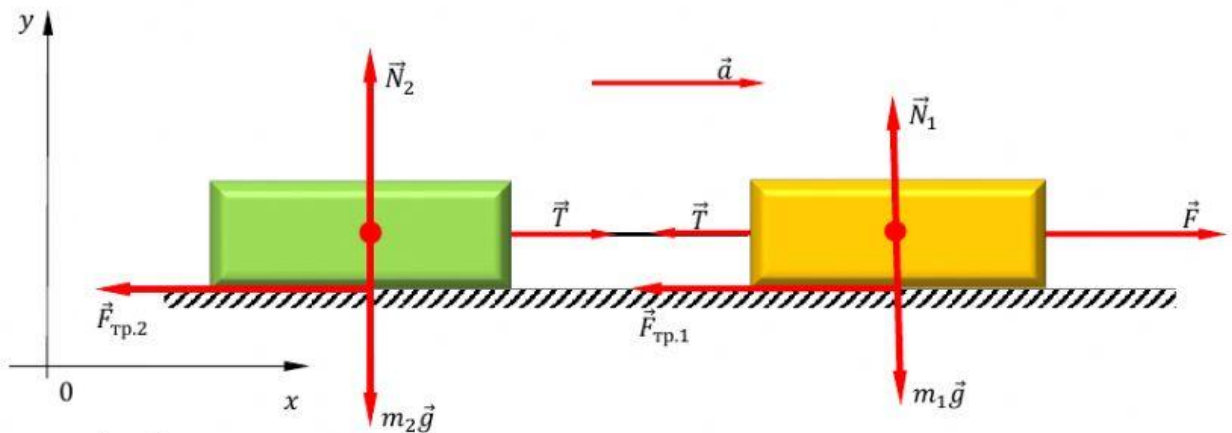


РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ З ТЕМИ «РУХ СИСТЕМИ ЗВ'ЯЗАНИХ ТІЛ»

1. Два тіла масами $m_1 = 2\text{ кг}$ та $m_2 = 3\text{ кг}$ зв'язані ниткою. Перше тіло тягнуть вправо із силою $F = 15\text{ Н}$ по поверхні з коефіцієнтом тертя $\mu = 0,1$. Визначите силу натягу нитки, що зв'язує тіла. З яким прискоренням рухаються тіла? Вважайте $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.



Дано	СІ	Розв'язання
$m_1 = 2\text{ кг}$ $m_2 = 3\text{ кг}$ $F = 15\text{ Н}$ $\mu = 0,1$		Оскільки в умові задачі не вказано іншого, вважаємо нитку невагомою та нерозтяжною. В такому випадку сили натягу нитки в усіх її точках однакові. Прискорення, з яким рухаються зв'язані тіла, однакові. Розглянемо перше тіло. На нього діють сила тяжіння $m_1\vec{g}$, сила нормальної реакції опори $\vec{N}_1$, сила тяги $\vec{F}$, сила тертя $\vec{F}_{\text{тр.1}}$, сила натягу нитки $\vec{T}$. Запишемо для першого тіла рівняння другого закону Ньютона у векторному вигляді: $m_1\vec{g} + \vec{N}_1 + \vec{F} + \vec{F}_{\text{тр.1}} + \vec{T} = m_1\vec{a} \quad (1)$ Де m_1 – маса першого тіла, a – прискорення, з яким рухаються тіла. Спроектуємо дане рівняння на вибрані вісі: $0x: F - T - F_{\text{тр.1}} = m_1a \quad (2)$ $0y: N_1 - m_1g = 0 \quad (3)$ З (3): $N_1 = m_1g \quad (4)$ Сила тертя: $F_{\text{тр.1}} = \mu N_1 \quad (5)$ Де μ – коефіцієнт тертя. З (4) і (5): $F_{\text{тр.1}} = \mu m_1g \quad (6)$ Перепишемо (2): $F - T - \mu m_1g = m_1a \quad (7)$ Розглянемо друге тіло. На нього діють сила тяжіння $m_2\vec{g}$, сила нормальної реакції опори $\vec{N}_2$, сила тертя $\vec{F}_{\text{тр.2}}$, сила натягу нитки $\vec{T}$. Запишемо для другого тіла рівняння другого закону Ньютона у векторному вигляді: $m_2\vec{g} + \vec{N}_2 + \vec{F}_{\text{тр.2}} + \vec{T} = m_2\vec{a} \quad (8)$ Де m_2 – маса другого тіла. Спроектуємо дане рівняння на вибрані вісі: $0x: T - F_{\text{тр.2}} = m_2a \quad (9)$ $0y: N_2 - m_2g = 0 \quad (10)$ З (10): $N_2 = m_2g \quad (11)$ Сила тертя:

$$F_{\text{тр.2}} = \mu N_2 \quad (12)$$

З (11) і (12):

$$F_{\text{тр.2}} = \mu m_2 g \quad (13)$$

Перепишемо (9):

$$T - \mu m_2 g = m_2 a \quad (14)$$

Додамо почленно ліву та праву частини рівнянь (7) і (14):

$$F - T - \mu m_1 g + T - \mu m_2 g = m_1 a + m_2 a$$

$$F - \mu g(m_1 + m_2) = (m_1 + m_2) a$$

$$a = \frac{F - \mu g(m_1 + m_2)}{m_1 + m_2} = \frac{F}{m_1 + m_2} - \mu g \quad (15)$$

Підставимо одержаний вираз в (14):

$$T - \mu m_2 g = m_2 \left(\frac{F}{m_1 + m_2} - \mu g \right)$$

$$T = m_2 \left(\frac{F}{m_1 + m_2} - \mu g \right) + \mu m_2 g$$

$$T = \frac{m_2}{m_1 + m_2} F \quad (16)$$

Виконаємо числову підстановку в (15) і (16):

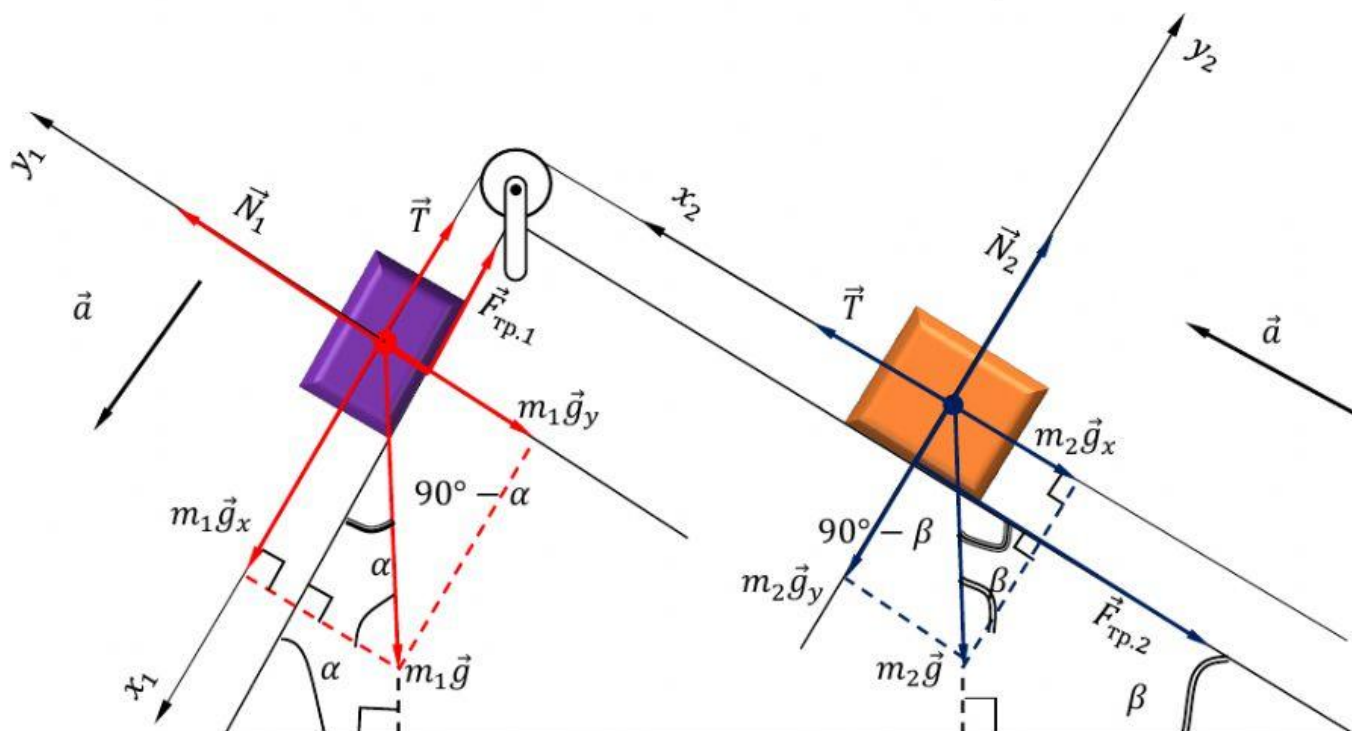
$$a = \frac{15 \text{ Н}}{2 \text{ кг} + 3 \text{ кг}} - 0,1 \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = 2 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$T = \frac{3 \text{ кг}}{2 \text{ кг} + 3 \text{ кг}} \cdot 15 \text{ Н} = 9 \text{ Н}$$

Знайти: T, a

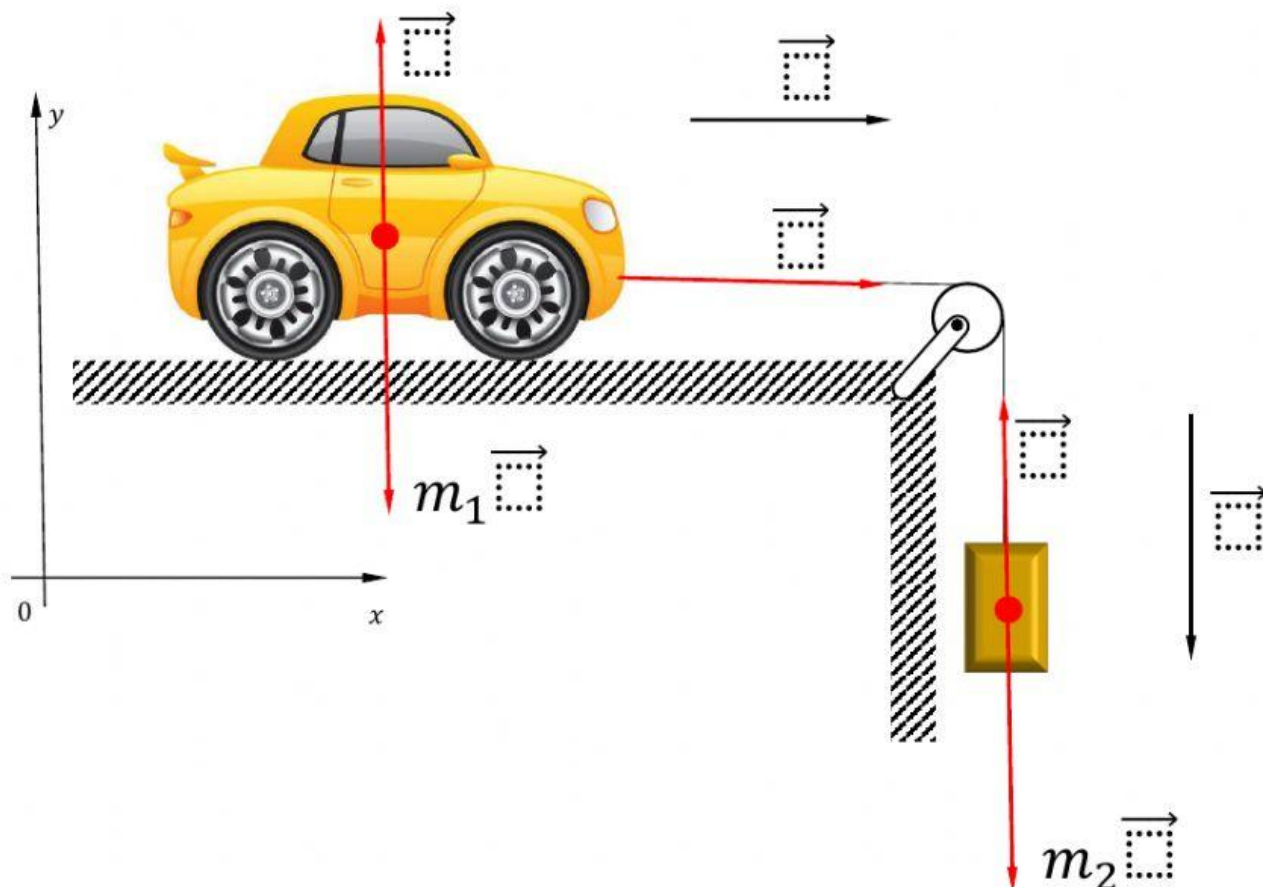
Відповідь: $T = 9 \text{ Н}, a = 2 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

2. На призмі закріплено нерухомий блок, через який перекинута невагому та нерозтяжну нитку, що зв'язує тіла, масами $m_1 = 5 \text{ кг}$ та $m_2 = 2 \text{ кг}$. Коефіцієнти тертя $\mu_1 = 0,1$, $\mu_2 = 0,2$. $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 30^\circ$. Знайдіть прискорення, з яким рухаються вантажі, та силу натягу нитки. Прийміть $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.



Дано	СІ	Розв'язання
$m_1 = 5 \text{ кг}$ $m_2 = 2 \text{ кг}$ $\mu_1 = 0,1$ $\mu_2 = 0,2$ $\alpha = 60^\circ$ $\beta = 30^\circ$		Оскільки нитка невагома та нерозтяжна, сили натягу в усіх її точках однакові. Прискорення, з яким рухаються зв'язані тіла, однакові. Розглянемо перше тіло. На нього діють сила тяжіння $m_1 \vec{g}$, сила нормальної реакції опори $\vec{N}_1$, сила тертя $\vec{F}_{\text{тр.1}}$, сила натягу нитки $\vec{T}$. Запишемо для першого тіла рівняння другого закону Ньютона у векторному вигляді: $m_1 \vec{g} + \vec{N}_1 + \vec{F}_{\text{тр.1}} + \vec{T} = m_1 \vec{a} \quad (1)$ Де m_1 – маса першого тіла, a – прискорення, з яким рухаються тіла. Спроектуємо дане рівняння на вибрані вісі: $0x_1: m_1 g \sin \alpha - T - F_{\text{тр.1}} = m_1 a \quad (2)$ $0y_1: N_1 - m_1 g \cos \alpha = 0 \quad (3)$ З (3): $N_1 = m_1 g \cos \alpha \quad (4)$ Сила тертя: $F_{\text{тр.1}} = \mu_1 N_1 \quad (5)$ Де μ_1 – коефіцієнт тертя першого тіла об поверхню призми. З (4) і (5): $F_{\text{тр.1}} = \mu_1 m_1 g \cos \alpha \quad (6)$ Перепишемо (2): $m_1 g \sin \alpha - T - \mu_1 m_1 g \cos \alpha = m_1 a \quad (7)$ Розглянемо друге тіло. На нього діють сила тяжіння $m_2 \vec{g}$, сила нормальної реакції опори $\vec{N}_2$, сила тертя $\vec{F}_{\text{тр.2}}$, сила натягу нитки $\vec{T}$. Запишемо для другого тіла рівняння другого закону Ньютона у векторному вигляді: $m_2 \vec{g} + \vec{N}_2 + \vec{F}_{\text{тр.2}} + \vec{T} = m_2 \vec{a} \quad (8)$ Де m_2 – маса другого тіла. Спроектуємо дане рівняння на вибрані вісі: $0x_2: T - m_2 g \sin \beta - F_{\text{тр.2}} = m_2 a \quad (9)$ $0y_2: N_2 - m_2 g \cos \beta = 0 \quad (10)$ З (10): $N_2 = m_2 g \cos \beta \quad (11)$ Сила тертя: $F_{\text{тр.2}} = \mu_2 N_2 \quad (12)$ Де μ_2 – коефіцієнт тертя другого тіла об поверхню призми. З (11) і (12): $F_{\text{тр.2}} = \mu_2 m_2 g \cos \beta \quad (13)$ Перепишемо (9): $T - m_2 g \sin \beta - \mu_2 m_2 g \cos \beta = m_2 a \quad (14)$ Додамо почленно ліву та праву частини рівнянь (7) і (14): $m_1 g \sin \alpha - T - \mu_1 m_1 g \cos \alpha + T - m_2 g \sin \beta - \mu_2 m_2 g \cos \beta = m_1 a + m_2 a$ $m_1 g \sin \alpha - \mu_1 m_1 g \cos \alpha - m_2 g \sin \beta - \mu_2 m_2 g \cos \beta = (m_1 + m_2) a$ $a = g \frac{m_1 (\sin \alpha - \mu_1 \cos \alpha) - m_2 (\sin \beta + \mu_2 \cos \beta)}{m_1 + m_2} \quad (15)$ $T = m_2 g \sin \beta + \mu_2 m_2 g \cos \beta + m_2 a = m_2 (g \sin \beta + \mu_2 g \cos \beta + a) \quad (16)$ Виконаємо числову підстановку в (15) і (16): $a = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \frac{5 \text{ кг} \cdot (0,866 - 0,1 \cdot 0,5) - 2 \text{ кг} \cdot (0,5 + 0,2 \cdot 0,866)}{5 \text{ кг} + 2 \text{ кг}} = 5,33 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ $T = 2 \text{ кг} \cdot \left(10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 0,5 + 0,2 \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 0,866 + 5,33 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \right) = 24,12 \text{ Н}$
Знайти: T, a		Відповідь: $T = 24,12 \text{ Н}, a = 5,33 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

3. Іграшка масою $m_1 = 800$ г рухається під дією вантажу масою $m_2 = 200$ г, прив'язаного до нитки, що перекинута через нерухомий блок. Яка сила натягу нитки під час руху, а також прискорення руху іграшки, якщо тертя настільки мале, що ним можна знехтувати. Нитку вважайте невагомою та нерозтяжною. Прийміть $g = 10 \frac{м}{с^2}$. Відповідь округліть до сотих.



Дано	СИ	Розв'язання
$m_1 = 800$ г $m_2 = 200$ г	 	Оскільки нитка невагома та нерозтяжна, сили натягу нитки в усіх її точках однакові. Прискорення, з яким рухаються зв'язані тіла, однакові. Розглянемо іграшку. На неї діють сила тяжіння $\vec{m_1}$, сила нормальної реакції опори $\vec{}$, сила натягу нитки $\vec{}$. Запишемо для першого тіла рівняння другого закону Ньютона у векторному вигляді: $\vec{m_1} + \vec{} + \vec{} = m_1 \vec{a} \quad (1)$ Де m_1 – іграшки, а a – , з яким рухаються тіла. Спроектуємо дане рівняння на вибрані вісі: $0x: = \quad (2)$

$$\sum F_y = 0 \quad (3)$$

Розглянемо друге тіло (вантаж). На нього діють
 сила тяжіння $m_2 \cdot g$, сила натягу нитки T .
 Запишемо для другого тіла рівняння другого
 закону Ньютона у векторному вигляді:

$$T - m_2 g = m_2 a \quad (4)$$

Де m_2 – маса вантажу. Спроектуємо дане
 рівняння на вибрані вісі:

$$T - m_2 g = m_2 a \quad (5)$$

З (5):

$$T = m_2 (g + a) \quad (6)$$

Перепишемо (2):

$$m_1 g - T = m_1 a \quad (7)$$

$$a = \frac{m_1 g - T}{m_1} \quad (8)$$

Підставимо одержаний вираз в (2):

$$T = \frac{m_1 m_2 g}{m_1 + m_2} \quad (9)$$

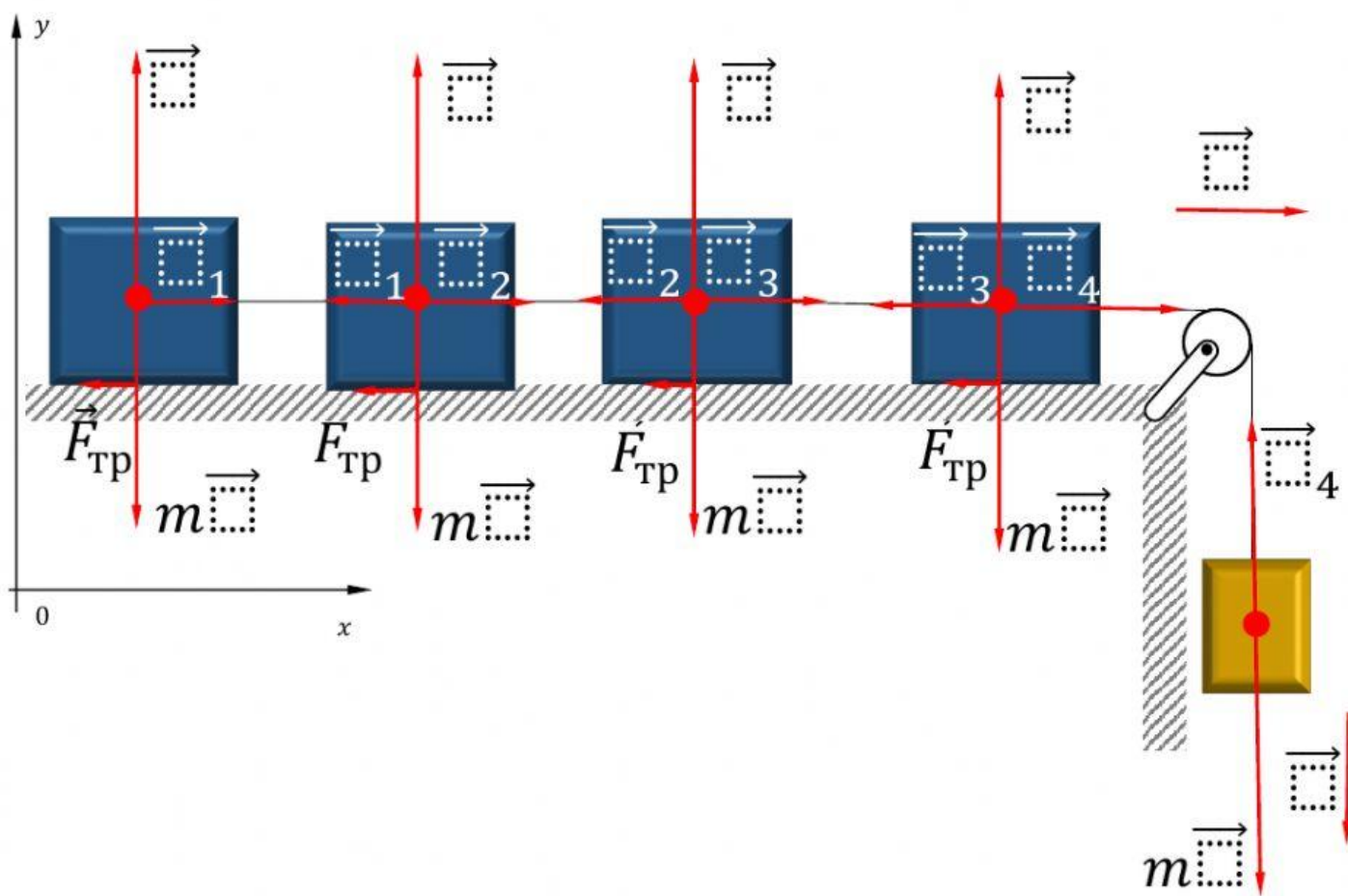
Виконаємо числову підстановку в (8) і (9):

$$\begin{aligned} a &= \frac{m_1 g - T}{m_1} = \frac{m_1 g - \frac{m_1 m_2 g}{m_1 + m_2}}{m_1} \\ &= \frac{m_1 g \left(\frac{m_1 + m_2 - m_2}{m_1 + m_2} \right)}{m_1} = \frac{m_1 g \cdot \frac{m_1}{m_1 + m_2}}{m_1} \\ &= \frac{m_1 g}{m_1 + m_2} \end{aligned}$$

Знайти: T, a

Відповідь: $T = \frac{m_1 m_2 g}{m_1 + m_2}$, $a = \frac{m_1 g}{m_1 + m_2}$

4. Чотири бруски однаковою масою $m = 1$ кг з'єднані невагомими нерозтяжними нитками і через ідеальний блок з'єднані з вантажем масою $m = 1$ кг. Коефіцієнт тертя між тілами і столом $\mu = 0,1$. Визначте прискорення руху вантажів та силу натягу всіх ниток. Прийміть $g = 10 \frac{m}{c^2}$. Відповідь округліть до десятих.



Дано	СИ	Розв'язання
$m = 1 \text{ кг}$ $\mu = 0,1$		Оскільки нитки невагомі та нерозтяжні, сили натягу для кожної з ниток в усіх її точках однакові. Розглянемо перше тіло (крайнє зліва). На нього діють сила тяжіння $\vec{m}$, сила нормальної реакції опори $\vec{F}_N$, сила натягу нитки $\vec{T}_1$, сила тертя $\vec{F}_{tr}$. Запишемо для першого тіла рівняння другого закону Ньютона у векторному вигляді: $\vec{m} + \vec{F}_N + \vec{T}_1 + \vec{F}_{tr} = \vec{0} \quad (1)$ Де m – першого тіла. Спроектуємо дане рівняння на вибрані вісі:

$$\begin{aligned} 0x: & \\ & = \text{тр} \quad (2) \\ 0y: & = \quad (3) \end{aligned}$$

Сила тертя:

$$\text{тр} = \cdot \quad = \cdot$$

Перепишемо (2):

$$= \quad (4)$$

Розглянемо друге тіло. На нього діють сила тяжіння $\vec{m}$, сила нормальної реакції опори $\vec{}$, сили натягу нитки $\vec{1}$, $\vec{2}$ сила тертя тр . Запишемо для другого тіла рівняння другого закону Ньютона у векторному вигляді:

$$\vec{m} + \vec{1} + \vec{2} + \vec{\text{тр}} = \vec{} \quad (5)$$

Спроекуємо дане рівняння на вибрані вісі:

$$0x: \quad = \quad \text{тр} \quad (6)$$

$$0y: \quad = \quad (7)$$

Сила тертя:

$$\text{тр} = \cdot \quad = \cdot$$

Перепишемо (5):

$$\vec{2} = \vec{1} \quad (8)$$

Розглянемо третє тіло. На нього діють сила тяжіння $\vec{m}$, сила нормальної реакції опори $\vec{}$, сили натягу нитки $\vec{2}$, $\vec{3}$

сила тертя $\vec{F}_{тр}$. Запишемо для третього тіла рівняння другого закону Ньютона у векторному вигляді:

$$\vec{m} \cdot \vec{a} = \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_{тр} \quad (9)$$

Спроектуємо дане рівняння на вибрані вісі:

$$0x: \quad F_{тр} = F_2 \quad (10)$$

$$0y: \quad F_{тр} = F_3 \quad (11)$$

Сила тертя:

$$F_{тр} = \mu \cdot F_N = \mu \cdot F_3$$

Перепишемо (9):

$$F_3 = F_2 \quad (12)$$

Розглянемо четверте тіло. На нього діють сила тяжіння $\vec{m} \cdot \vec{g}$,

сила нормальної реакції опори $\vec{F}_4$, сили натягу нитки $\vec{F}_3$, $\vec{F}_4$ сила тертя $\vec{F}_{тр}$. Запишемо для четвертого тіла рівняння другого закону Ньютона у векторному вигляді:

$$\vec{m} \cdot \vec{a} = \vec{F}_3 + \vec{F}_4 + \vec{F}_{тр} \quad (13)$$

Спроектуємо дане рівняння на вибрані вісі:

$$0x: \quad F_4 = F_3 + F_{тр} \quad (14)$$

$$0y: \quad F_4 = F_3 + F_{тр} \quad (15)$$

Сила тертя:

$$F_{тр} = \mu \cdot F_N = \mu \cdot F_4$$

Перепишемо (13):

$$T_4 = T_3 \quad (16)$$

Розглянемо п'яте тіло. На нього діють сила тяжіння $m \cdot g$, сила натягу нитки T_4 . Запишемо для даного тіла рівняння другого закону Ньютона у векторному вигляді:

$$T_4 - m \cdot g = m \cdot a \quad (17)$$

Спроектуємо дане рівняння на вибрані вісі:

$$T_4 - m \cdot g = m \cdot a \quad (18)$$

З (18):

$$T_4 = m \cdot (g + a) \quad (19)$$

Підставимо (19) в (16) та виразимо T_3 :

$$T_3 = m \cdot (g + a) - \mu \cdot m \cdot g$$

Аналогічно:

$$T_2 = m \cdot (g + a) - \mu \cdot m \cdot g$$

$$T_1 = m \cdot (g + a) - \mu \cdot m \cdot g$$

Підставимо вираз для T_1 в (4) та виразимо прискорення:

$$a = \frac{g}{2} \cdot (1 - \mu) \quad (20)$$

Виконаємо числову підстановку в (20) (результат округлюємо до десятих):

$$a = \frac{10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}{2} \cdot (1 - 0.2) = 4 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$T_1 = 10 \text{ Н}, T_2 = 10 \text{ Н}$$

$$T_3 = 10 \text{ Н}, T_4 = 10 \text{ Н}$$

$$a = 4 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

Знайти:

T_1, T_2, T_3, T_4, a

Відповідь: $T_1 = 10 \text{ Н}, T_2 = 10 \text{ Н}$

$T_3 = 10 \text{ Н}, T_4 = 10 \text{ Н}$

$$a = 4 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$