

APLIKASI TURUNAN FUNGSI ALJABAR: NILAI MAKSIMUM DAN MINIMUM



KELAS
XI



MATEMATIKA
UMUM

TURUNAN FUNGSI ALJABAR



NAMA ANGGOTA KELOMPOK:

1.
2.
3.
4.
5.

Tujuan Pembelajaran

1. Peserta didik mampu menyimpulkan hubungan turunan pertama fungsi aljabar terhadap nilai maksimum dan minimum fungsi aljabar
2. Peserta didik mampu merumuskan penyelesaian permasalahan kontekstual berkaitan dengan penentuan nilai maksimum dan minimum

• • APLIKASI TURUNAN FUNGSI ALJABAR:
• • NILAI MAKSIMUM DAN MINIMUM



AYO MENGAMATI



Sumber foto:

<https://www.plamondon.com/wp/scratch-feed-chickens/>



Sumber foto:

<https://swa.co.id/swa/trends/marketing/pasokan-ayam-berlebih-peternak-tetap-merugi>

Pak Hongki adalah seorang peternak sukses. Ia memelihara ribuan ekor ayam di kandang miliknya. Namun, suatu ketika, wabah virus menyerang peternakan miliknya. Setiap hari ada saja ayamnya yang sakit, lalu mati. Dan kian hari, semakin banyak ayamnya yang mati. Kejadian ini sudah berlangsung selama tiga hari ini. Pak Hongki berpikir, jika terus-terusan seperti ini, bisa-bisa semua ayamnya mati, dan peternakan miliknya bisa bangkrut.

Kemudian Pak Hongki pergi berkonsultasi dengan seorang dokter hewan. Setelah melakukan uji laboratorium, dokter ini mengidentifikasi virus yang menyerang peternakan milik Pak Hongki. Jika dilakukan penanganan yang tepat, masih banyak ayam yang bisa diselamatkan, dan hanya sebagian kecil saja ayam yang mati.

Wabah ini biasa menyerang peternakan. Jika dilakukan penanganan yang tepat, sampai pada titik tertentu, maka kondisinya berangsur-angsur membaik, dengan ditandai semakin sedikit ayam yang mati tiap harinya. Biasanya, banyaknya ternak yang mati dinyatakan dalam rumus $f(x) = 2 + 14x - x^2$ dengan x adalah rentang hari dari awal mula muncul gejala.

Pak Hongki menyerahkan penanganan sepenuhnya kepada dokter hewan dan timnya. Kemudian ia pulang dengan membawa rumus fungsi yang barusan ia dapatkan.

Pak Hongki penasaran kapan situasinya membaik. Pada hari ke berapa banyaknya ayam yang mati mulai berangsur-angsur berkurang? Berapa lama lagi ia harus bertahan pada situasi ini?

AYO MENANYA

Apa yang kelompokmu pikirkan mengenai permasalahan Pak Hongki tersebut? Hal apa yang belum kelompokmu pahami pada permasalahan tersebut? Menurut kelompokmu bagaimana Pak Hongki dapat menganalisis kapan situasinya akan membaik?

APLIKASI TURUNAN FUNGSI ALJABAR: NILAI MAKSIMUM DAN MINIMUM



Menurut kelompokmu, grafik manakah yang menggambarkan permasalahan Pak Hongki tersebut?

Grafik Permasalahan Pak Hongki



AYO MENGUMPULKAN DAN MENGOLAH INFORMASI

Situasi peternakan Pak Hongki akan membaik ketika fungsi sudah melewati puncak wabah. Fungsi wabah virus pada peternakan Pak Hongki dirumuskan dengan

$$f(x) = 2 + 14x - x^2$$

Koefisien x menunjukkan rentang hari dari awal muncul gejala.

Untuk dapat menentukan kapan puncak wabah terjadi, Pak Hongki harus menemukan berapa nilai x yang menunjukkan rentang hari dari awal muncul gejala.

Nilai x dapat ditentukan dengan konsep turunan fungsi.

$$f(x) = 2 + 14x - x^2$$

Maka,

$$f'(x) = \dots \dots \dots$$

Puncak wabah terjadi apabila $f'(x) = 0$, sehingga

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \dots \dots \dots = 0$$

APLIKASI TURUNAN FUNGSI ALJABAR: NILAI MAKSIMUM DAN MINIMUM



$$\Leftrightarrow \dots = \dots$$

$$\Leftrightarrow x = \dots$$

Maka, puncak wabah akan terjadi pada hari ke-...

Artinya, Pak Hongki harus bertahan selama ... hari lagi.

AYO MENGAMATI

Sebuah industri kerajinan dapat membuat paling banyak 16 unit kerajinan per minggu. Biaya produksi yang diperlukan untuk membuat x unit kerajinan adalah $(x^3 + 21x^2 - 480x + 2.000)$ ribu rupiah. Hasil penjualan x unit kerajinan tersebut adalah $(3x^3 - 60x^2 + 600x + 3.000)$ ribu rupiah.

Industri tersebut akan memperoleh keuntungan maksimum per minggu jika membuat kerajinan sebanyak



Sumber foto:
<https://indogate.com/2021/10/12/memiliki-home-industry-kerajinan-tangan-begini-urus-perizinannya/>

AYO MENANYA

Apa yang kelompokmu pikirkan mengenai permasalahan industri kerajinan tersebut? Apakah keuntungan akan selalu maksimum apabila industri kerajinan memproduksi barang kerajinan dengan maksimum?

.....
.....
.....

AYO MENGUMPULKAN DAN MENGOLAH INFORMASI

Keuntungan produksi diperoleh dari hasil pengurangan biaya penjualan dengan biaya produksi.

Maka, fungsi keuntungan (dalam ribu rupiah) akan diperoleh dari pengurangan fungsi hasil penjualan dengan fungsi biaya produksi.

APLIKASI TURUNAN FUNGSI ALJABAR: NILAI MAKSIMUM DAN MINIMUM



Fungsi hasil penjualan (dalam ribu rupiah) untuk setiap barang kerajinan yang diproduksi adalah $p(x) = 3x^3 - 60x^2 + 600x + 3.000$

Fungsi biaya produksi (dalam ribu rupiah) untuk setiap barang kerajinan yang diproduksi adalah $b(x) = x^3 + 21x^2 - 480x + 2.000$

Sehingga, fungsi keuntungan (dalam ribu rupiah) menjadi

$$\begin{aligned}u(x) &= p(x) - b(x) \\&= 3x^3 - 60x^2 + 600x + 3.000 - (x^3 + 21x^2 - 480x + 2.000) \\&= \dots x^3 - \dots x^2 + \dots x + 1000\end{aligned}$$

Keuntungan maksimum dicapai pada saat $u'(x) = 0$ sehingga

$$\begin{aligned}u'(x) = 0 &\Leftrightarrow \dots x^2 - \dots x + \dots = 0 \\&\Leftrightarrow x^2 - \dots x + \dots = 0 \\&\Leftrightarrow (x - \dots)(x - \dots) = 0 \\&\Leftrightarrow x = \dots \text{ atau } x = \dots\end{aligned}$$

Dengan menggunakan uji titik, diperoleh diagram nilai $u'(x)$



Berdasarkan grafik, terlihat bahwa $u'(x)$ fungsi naik untuk interval dan

Keuntungan akan diperoleh apabila nilai x berada pada interval fungsi naik, sehingga

Untuk $x = 12$ diperoleh

$$u(12) = \dots (12)^3 - \dots (12)^2 + \dots (12) + 1000 \text{ ribu rupiah}$$

$$= \dots - \dots + \dots + 1000 \text{ ribu rupiah}$$

$$= \dots \text{ ribu rupiah}$$



Untuk x diambil $x =$ sehingga diperoleh

$$u(\dots) = \dots (\dots)^3 - \dots (\dots)^2 + \dots (\dots) + 1000 \text{ ribu rupiah}$$

$$= \dots - \dots + \dots + 1000 \text{ ribu rupiah}$$

$$= \dots \text{ ribu rupiah}$$

Berdasarkan hasil perhitungan, nilai $u(12) \dots u(\dots)$ sehingga keuntungan maksimum diperoleh pada saat $x = \dots$

Jadi, industri kerajinan akan memperoleh keuntungan maksimum per minggu jika membuat kerajinan sebanyak ... unit.

AYO MENKOMUNIKASIKAN

Menurut kelompokmu, bagaimana cara menentukan nilai maksimum dan minimum suatu fungsi? Apa saja langkah yang harus dilakukan untuk menemukannya?

.....
.....

