LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK

KONSEP DAN SIFAT-SIFAT LIMIT FUNGSI ALJABAR

Waktu 20 menit

Satuan Pendidikan	: SMA N 1 Jatilawang
Mata Pelajaran	; Matematika Wajib
Kelas/ Semter	: XI/ 2
Materi Pokok	: Limit Fungsi Aljabar

Anggota Kelompok:

1. .....
2. .....
3. .....
4. .....

Petunjuk

1. **Jawablah setiap pertanyaan berikut dengan berdiskusi dengan temanmu.**
2. **Isilah titik-titik dengan jawaban yang benar.**

Kompetensi Dasar

3.7 Menjelaskan Limit Fungsi Aljabar (fungsi polinom dan fungsi rasional) secara intuitif dan sifat-sifatnya serta menentukan eksistensinya

4.7 Menyelesaikan Masalah Yang Berkaitan Limit Fungsi Aljabar.

Indikator Pencapaian Kompetensi

3.3.6. Menemukan Sifat-Sifat Limit Fungsi Aljabar

3.7.7 Menggunakan sifat-sifat suatu fungsi aljabar dalam menemukan limit fungsi tersebut

4.4.1 Menyelesaikan Masalah Yang Berkaitan Limit Fungsi Aljabar dengan menggunakan sifat limit aljabar

Tujuan Pembelajaran

Setelah berdiskusi dan mengisi LKPD berbasis PBL, diharapkan

1. Peserta didik mampu menggeneralisasikan sifat-sifat limit fungsi aljabar dengan benar
2. Peserta didik mampu Menyelesaikan Masalah Yang Berkaitan Limit Fungsi Aljabar dengan menggunakan sifat limit aljabar dengan benar

LIVEWORKSHEETS

SINTAK 1: Orientasi Masalah pada Peserta Didik

Stimulation

Ayo Mengamati

Sebelum memulai pembelajaran, tontonlah video berikut !

Setelah kamu menonton video di atas, apa yang kamu dapatkan tentang manfaat limit dalam kehidupan? Agar lebih jelas lagi tentang limit, ayo kerjakan *E*-LKPD berikut ini!

Seekor lebah diamati sedang hinggap di tanah pada sebuah lapangan. Pada keadaan dan interval waktu tertentu, misalkan lebah tersebut terbang mengikuti fungsi berikut.

$$f(t) = \begin{cases} -4t^2 + 8t, & jika\ 0 < t \le 1 \\ 4, & jika\ 1 < t \le 2 \\ -4(t-3), & jika\ 2 < t \le 3 \end{cases}$$

Bagaimana lintasan gerakan lebah pada waktu $t = 1$ dan $t = 2$?

Untuk menjawab pertanyaan ini, kamu harus mengikuti pembelajaran berikut ya^^

LIVEWORKSHEETS

SINTAK 2: Mengorganisasi Peserta Didik dalam Belajar

Ayo membentuk kelompok belajar yang terdiri dari 4 orang. Kemudian diskusikan permasalahan di atas dan permasalahanlain yang disajikan pada LKPD ini. Isikan hasil diskusi kalian pada kolom jawaban yang sudah disediakan!

SINTAK 3: Membimbing Penyelidikan Individu dan Kelompok

Untuk menyelesaikan masalah 1 kita membutuhkan sifat-sifat limit. Untuk menemukan sifat-sifat limit, perhatikanlah penjelasan berikut ini!^^

Pada pertemuan sebelumnya, kita telah mempelajari konsep limit fungsi beserta cara penulisannya. Namun, bagaimana dengan nilai limit untuk bermacam-macam jenis fungsi? Simaklah penjelasan berikut! ^^

Untuk memperoleh sifat-sifat limit fungsi, ikutilah uraian yang tersaji berikut dengan mengisi bagian yang kosong!

1. **Sifat 1**

   Pada sifat ini kita akan membahas limit jika fungsi $f(x) = k$, untuk k bilangan real.

   Kita mulai dari contoh ya,

LIVEWORKSHEETS

Kita ambil $k = 4$ maka untuk menentukan nilai pendekatan $f(x)$ pada saat x mendekati -1, kita dapat menggunakan konsep limit fungsi sebelumnya (x mendekati -1 dari kanan dan x mendekati -1 dari kiri) yaitu sebagai berikut:

x	$-1{,}2$	$-1{,}1$	$-1{,}01$	...	-1	...	$-0{,}99$	$-0{,}9$	$-0{,}8$
$f(x) = 4$	4	4	...	...	...	...	...	4	4

Terlihat bahwa:

$\lim_{x \to -1} 4 =$ ☐

Secara intuitif, untuk sebarang nilai x dekat dengan bilangan, $f(x)$ mendekati nilai konstannya. Hal ini dapat ditulis dengan

$\lim_{x \to \cdots} \ldots = \ldots$

2. Sifat 2

Pada sifat ini kita akan membahas limit jika fungsi $f(x) = x$

Kita mulai dari contoh ya, misal $f(x) = x$ maka untuk menentukan nilai pendekatan $f(x)$ pada saat x mendekati 3, kita dapat menggunakan konsep limit fungsi sebelumnya (x mendekati 3 dari kanan dan x mendekati 3 dari kiri) yaitu sebagai berikut:

x	2,8	2,9	2,99	...	3	...	3,01	3,1	3,2
$f(x)$	2,8	2,9	...	...	...	...	...	...	...

Terlihat bahwa:

$\lim_{x \to 3} x =$

Secara induktif, untuk setiap nilai x mendekati bilangan c, maka nilai $f(x)$ mendekati $f(c) = c$, hal ini dapat ditulis dengan

$\lim_{x \to \cdots} \ldots = \ldots$

3. Sifat 3

Pada sifat ini kita akan membahas limit jika fungsi $f(x) = kx$, untuk k bilangan real

Kita mulai dari contoh ya

Diketahui $\lim_{x \to 2} x = 2$ dan fungsi $f(x) = 3x$

Beikut perhitungan numerik $f(x)$ untuk nilai x disekitar 2

x	1,8	1,9	1,99	1,999	2	2,001	2,01	2,1	2,2
$f(x) = x$	1,8	1,9	...	...	...	...	...	...	...
$f(x) = 3x$	5,4	5,7	...	...	...	...	...	...	...

LIVEWORKSHEETS

Dari tabel di atas terlihat bahwa nilai limit $3.f(x) = 3x$ adalah tiga kali lipat dari limit $f(x)=x$

$$\lim_{x\to 2} 3.f(x) = 3.\lim_{x\to 2} f(x)$$
$$= 3.\lim_{x\to 2} x$$
$$= \square$$

Sehingga, secara induktif dapat dituliskan dengan:

$$\lim_{x\to\cdots_{..}} kf(x) = \cdots.\times \lim_{x\to\cdots_{..}} \ldots..$$

4. Sifat 4

Pada sifat ini kita akan membahas limit jika terdapat penjumlahan atan pengurangan dua fungsi, kita mulai dari contoh ya,

Kita ambil $f(x) = x^2$, dan $g(x) = 2x$ maka untuk menentukan nilai pendekatan $(f(x) + g(x))$ dan $(f(x) - g(x))$ pada saat x mendekati 1 menggunakan konsep limit adalah sebagai berikut:

x	0,8	0,9	0,99	...	1	...	1,01	1,1	1,2
$f(x) = x^2$	0,64	...	...	...	...	...	...	...	...
$g(x) = 2x$	1,6	...	...	...	...	...	...	...	...
$f(x) + g(x) = x^2 + 2x$	2,24	...	...	...	...	...	...	...	...
$f(x) - g(x) = x^2 - 2x$	0,96	...	...	...	...	...	...	...	...

Terlihat bahwa :

$$\lim_{x\to 1}(f(x) + g(x)) = \lim_{x\to 1}(x^2 + 2x) = \cdots.$$

$$\lim_{x\to 1}(f(x) - g(x)) = \lim_{x\to 1}(x^2 - 2x) = \cdots.$$

Sehingga dari fakta tersebut, ditulis :

$$\lim_{x\to 1}(f(x) + g(x)) = \lim_{x\to 1}(x^2 + 2x)$$
$$= \lim_{x\to 1} x^2 + \lim_{x\to 1} 2x$$
$$= \lim_{x\to 1} f(x) + \lim_{x\to 1} g(x)$$

dan

$$\lim_{x\to 1}(f(x) - g(x)) = \lim_{x\to 1}(x^2 - 2x)$$
$$= \lim_{x\to 1} x^2 - \lim_{x\to 1} 2x$$
$$= \lim_{x\to 1} f(x) - \lim_{x\to 1} g(x)$$

Secara induktif dapat dituliskan dengan:

$$\lim_{x\to c}(f(x) \pm g(x)) = \lim_{x\to\cdots_{.}} \ldots.\pm \lim_{x\to\cdots_{..}} \ldots..$$

LIVEWORKSHEETS

Berdasarkan sifat limit yang telah kamu dapatkan pada kegiatan menemukan sifat-sifat limitfungsi, kita akan menyelesaikan masalah 1 yang ada pada tahap stimulus

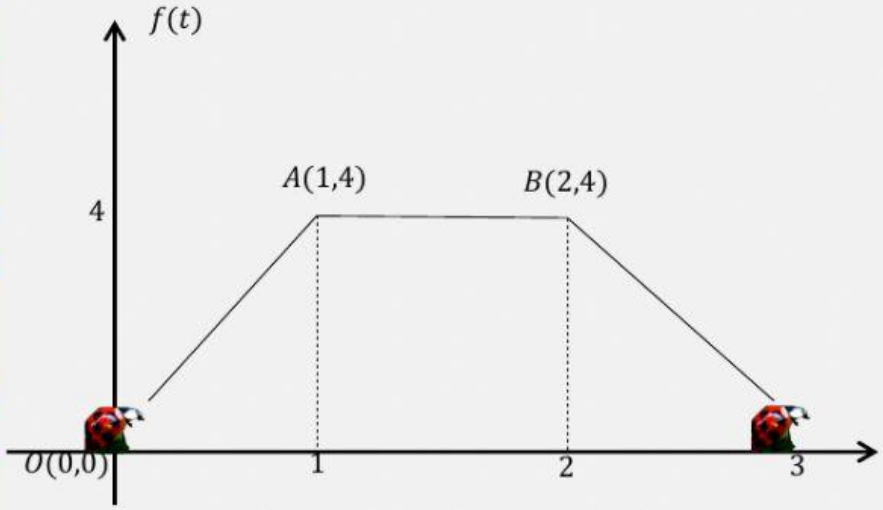
Seekor kumbang diamati sedang hinggap di bunga pada sebuah perkebunan. Pada keadaan tinggi ($f(t)$) dan interval waktu (t) tertentu, misalkan kumbang tersebut terbang mengikuti fungsi berikut :

$$f(t) = \begin{cases} -4t^2 + 8t, & \text{jika } 0 < t \leq 1 \\ 4, & \text{jika } 1 < t \leq 2 \\ -4(t-3), & \text{jika } 2 < t \leq 3 \end{cases}$$

Maka berapakah ketinggian kumbang tersebut pada saat t mendekati 1 sekon dan 2 sekon?

Penyelesaian :

Perhatikan gambar dari ilustrasi di atas



Gambar 1.2 Ilustrasi gerakan kumbang

Misalkan $y = f(t) = \begin{cases} -4t^2 + 8t, & \text{jika } 0 < t \leq 1 \\ 4, & \text{jika } 1 < t \leq 2 \\ -4(t-3), & \text{jika } 2 < t \leq 3 \end{cases}$ sehingga nilai limit fungsi pada saat mendekati $t = 1$ dan $t = 2$ dilihat pada tabel berikut.

Tabel 1.1 Nilai $y = f(t)$ pada saat t mendekati 1.

t mendekati 1 dari kiri					↓	t mendekati 1 dari kanan				
t	0,8	0,9	0,99	...	1	t	...	1,01	1,1	1,2
$f(t) = -4t^2 + 8t$		...	...	...	...	$f(t) = 4$	...	...	...	4
$f(t)$ mendekati ...					t	$f(t)$ mendekati ...				

Tabel 1.2 Nilai $y = f(t)$ pada saat t mendekati 2.

t mendekati 2 dari kiri					↓	t mendekati 2 dari kanan				
t	1,8	1,9	1,99	...	2	t	...	2,01	2,1	2,2

LIVEWORKSHEETS

$f(t)=4$	4	...	...	...	...	$f(t)=-4(t-3)$	...	...	...	
$f(t)$ mendekati ...					t	$f(t)$ mendekati ...				

Dari pengamatan pada tabel, dapat dilihat bahwa y mendekati 4 pada saat t mendekati 1 dan y mendekati 4 pada saat t mendekati 2. Dengan perhitungan limit fungsi diperoleh :

I. Untuk t mendekati 1

$\lim_{t\to 1^-} -4t^2+8t = \cdots.$

$\lim_{t\to 1^+} 4 = \cdots.$

Diperoleh, $\lim_{t\to 1^-} -4t^2+8t = \cdots = \lim_{t\to 1^+} 4.$

Dengan demikian, fungsi **lintasan kumbang mempunyai limit** sebesar 4 pada saat t **mendekati** 1.

II. Untuk t mendekati 2

$\lim_{t\to 2^-} 4 = \cdots.$

$\lim_{t\to 2^+} -4(t-3) = \cdots.$

Diperoleh, $\lim_{t\to 2^-} 4 = \cdots = \lim_{t\to 2^+} -4(t-3).$

Dengan demikian, fungsi **lintasan kumbang mempunyai limit** sebesar 4 pada saat t **mendekati** 2.

SINTAK 4: Mengembangkan dan Menyajikan Hasil Karya

Setelah selesai mengisi jawaban dari setiap permasalahan, perwakilan kelompok dipersilakan untuk mempresentasikan hasil diskusinya. Anggota dari kelompok lain yang sedang tidak presentasi, silakan memberikan tanggapan atau pertanyaan.

LIVEWORKSHEETS

SINTAK 5: Menganalisis dan Mengevaluasi Proses Pemecahan Masalah

AYO MENYIMPULKAN!

Misalkan $f(x)$ dan $g(x)$ adalah fungsi yang mempunyai limit pada x mendekati c dengan k dan c adalah bilangan real serta n adalah bilangan bulat positif, maka berlaku sifat-sifat limit:

1. $\lim_{x \to c} k =$ .....
2. $\lim_{x \to c} x =$ .....
3. $\lim_{x \to c}(k.f(x)) =$ .....
4. $\lim_{x \to c}(f(x) \pm g(x)) =$ .....

LIVEWORKSHEETS