

ТРИГОНОМЕТРИЧНІ РІВНЯННЯ

Тригонометричним називається рівняння, яке містить невідому змінну під знаком **тригонометричної** функції.

Які з поданих рівнянь є тригонометричними? (оберіть усі)

1. $\sin x = \frac{1}{2}$

2. $x \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} - 2 = 5$

3. $\sin(2x+1)=0$

4. $\sin x + \cos 2 = 0$

5. $2 \sin x - 3 \cos x = 1$

6. $\sin 2 \cdot (x+1) = 0$

7. $2x + \cos 1 = 0$

8. $\sin^2 x + \sin x = 2$

9. $2 \operatorname{tg} \frac{x}{4} = -1$

10. $x \sin 2 - x \cos 3 = 1$

Розв'язування будь-яких тригонометричних рівнянь можна звести до розв'язування трьох найпростіших рівнянь (a — будь-яке дійсне число):

1. $\sin x = a$

2. $\cos x = a$

3. $\operatorname{tg} x = a$

Проведемо аналогію з відомими рівняннями.

Як розв'язати рівняння $\sqrt{x} = 4$? (оберіть правильний варіант розв'язання)

1. піднесемо праву і ліву частину до квадрата, маємо $x = 16$

2. добудемо з правої частини корінь квадратний, маємо $x = 2$

3. рівняння не має розв'язків

Як розв'язати рівняння $\sqrt{x} = -9$? (оберіть правильний варіант розв'язання)

1. піднесемо праву і ліву частину до квадрата, маємо $x = 81$

2. добудемо з правої частини корінь квадратний, маємо $x = 3$ або $x = -3$

3. рівняння не має розв'язків

Узагальнемо:

Як розв'язати рівняння $\sqrt{x} = a$, де $a \in \mathbb{R}$? (з поданих оберіть усі можливі варіанти правильного розв'язання)

1. піднесемо праву і ліву частину до квадрата, маємо $x = a^2$.

2. якщо $a \geq 0$, то піднесемо праву і ліву частину до квадрата, маємо $x = a^2$.

3. якщо $a \geq 0$, то добудемо з правої частини корінь квадратний, маємо $x = -\sqrt{a}$ або $x = \sqrt{a}$

4. добудемо з правої частини корінь квадратний, маємо $x = -\sqrt{a}$ або $x = \sqrt{a}$

5. рівняння не має розв'язків

6. якщо $a \geq 0$, то рівняння не має розв'язків

7. якщо $a < 0$, то рівняння не має розв'язків

Як називаються дії добування кореня і піднесення до квадрату?

1. взаємно простими

2. взаємно замінними

3. взаємно оберненими

4. протилежними

Узагальнення:

Для розв'язування рівняння виду $f(x)=a$

1. Враховуємо область значень функції $y=f(x)$ і, якщо $a \notin E(f)$ робимо висновок, що рівняння не має розв'язку.
2. Якщо $a \in E(f)$ робимо висновок, що рівняння розв'язок має і, щоб його знайти, використовуємо функцію, обернену до $y=f(x)$.

Висновок: щоб розв'язати тригонометричні рівняння нам слід звернути увагу на область значень тригонометричних функцій та з'ясувати, якими є обернені тригонометричні функції.