INDUKSI MATEMATIKA

Nama :
Kelas :
Kelompok :

1. Buktikan bahwa $11^n - 6$ habis dibagi 5, untuk n bilangan asli!

   Penyelesaian : Misalkan $P(n) = 11^n - 6$, dengan n bilangan asli

   a. Langkah awal

      Untuk n = 1 maka P(1) = …. $^{...}$ – … = …. – …. = ….. habis dibagi 5

   b. Langkah induksi

      Karena P(1) benar maka P(2) juga benar dan seterusnya sedemikian dapat disimpulkan

      $P(k) = 11^k - 6$ benar untuk k bilangan asli. Selanjutnya akan dibuktikan

      Jika $P(k) = 11^k - 6$ habis dibagi 5 maka $P(k+1) = 11^{k+1} - 6$ habis dibagi 5.

      Karena $P(k) = 11^k - 6$ habis dibagi 5 maka dapat dimisalkan dengan $11^k - 6 = 5m$, untuk m bilangan bulat positif.

      - $11^k - 6$ = …….
        11^k = …….. + …….
      - $11^{k+1} - 6 = 11^k \times 11 - 6$
        = (……. + …….) 11 – 6
        = ….. + ….. – ….
        = ….. + …..
        = …. (11m + 12)

      Dengan demikian $P(k+1) = 11^{k+1} - 6$ dapat dinyatakan sebagai kelipatan 5 yaitu 5(……+…..) maka $P(k+1) = 11^{k+1} - 6$ habis dibagi ….

2. Dengan induksi matematika, tunjukkan bahwa bilangan $n^3 + 2n$ habis dibagi oleh 3, untuk setiap n bilangan asli!

   Penyelesaian : a. Langkah awal

   Untuk n = 1 maka $n^3 + 2n = \ldots.^3 + 2(\ldots.) = \ldots.. + \ldots.. = \ldots.$ habis dibagi oleh ….

   b. Langkah Induksi

   - Hipotesa Induksi

     Untuk n = k maka $n^3 + 2n = \ldots.^3 + 2\ \ldots.$ habis dibagi oleh ….

   - Akan dibuktikan benar untuk $n = k + 1$

$$
\begin{aligned}
(\ldots\ldots\ldots)^3 + 2(\ldots\ldots\ldots.) &= (\ldots\ldots\ldots)^2(k+1) + 2(k+1)\\
&= (k+1)\,((\ldots\ldots\ldots)^2 + 2)\\
&= (k+1)\,(\ldots^2 + \ldots. + \ldots + 2)\\
&= (k+1)\,(\ldots^2 + \ldots. + \ldots)\\
&= \ldots.^3 + \ldots.^2 + \ldots\ldots + k^2 + 2k + 3\\
&= \ldots.^3 + \ldots.^2 + 3k + 2k + 3\\
&= (k^3 + 2k) + \ldots\ldots^2 + \ldots. + \ldots\\
&= \underbrace{(k^3 + 2k)}_{\text{Habis dibagi oleh 3}} + \underbrace{3(\ldots^2 + \ldots. + \ldots)}_{\text{Habis dibagi oleh 3}}
\end{aligned}
$$