

# INDUKSI MATEMATIKA

Nama :

Kelompok :

Kelas :

1. Perhatikan pola bilangan berikut  $2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 2n$  !

- Tentukanlah formula yang berlaku untuk penjumlahan bilangan tersebut!
- Buktikan kebenaran formula yang kamu peroleh dengan prinsip induksi matematika!

Untuk menyelesaikan permasalahan di atas, ikutilah langkah-langkah penyelesaian di bawah ini!

a. Temukan formula pola jumlah  $n$  bilangan genap.

| $n$ | Jumlah $n$ bilangan genap pertama                                                 |
|-----|-----------------------------------------------------------------------------------|
| 1   | $2 = 1 \times 2$                                                                  |
| 2   | $2 + 4 = 2 \times 3 = 6$                                                          |
| 3   | $2 + 4 + 6 = (\dots) \times (\dots) = \dots$                                      |
| 4   | $2 + 4 + 6 + \dots = (\dots) \times (\dots) = \dots$                              |
| 5   | $2 + 4 + 6 + \dots + \dots = (\dots) \times (\dots) = \dots$                      |
| ... |                                                                                   |
| $n$ | $2 + 4 + 6 + \dots + 2n = (\dots) \times (\dots + \dots) = \dots (\dots + \dots)$ |

b. Buktikan kebenaran formula di atas menggunakan prinsip induksi matematika.

Misalkan  $p(n) = 2 + 4 + 6 + \dots + 2n = \dots (\dots + \dots)$

1) Langkah awal (Langkah I)

- Untuk  $n = 1$  maka  $p(1) = \dots (\dots + \dots) = \dots (\dots) = \dots$   
Jadi  $p(1)$  benar.

2) Langkah induksi

➤ Langkah II (Hipotesa Induksi)

Karena  $p(1)$  benar, maka  $p(2)$  juga benar, hingga dapat diperoleh untuk  $n = k$

$P(k) = 2 + 4 + 6 + \dots + 2k = \dots (\dots + \dots)$  juga benar, untuk setiap  $k$  bilangan asli.

➤ Langkah III

Karena  $2 + 4 + 6 + \dots + 2k = \dots (\dots + \dots)$  adalah pernyataan yang benar, maka akan ditunjukkan bahwa untuk  $n = k + 1$ , sedemikian sehingga

$2 + 4 + 6 + \dots + 2k + 2(k + 1) = (\dots + \dots)(\dots + \dots + \dots)$  adalah suatu pernyataan yang benar.

Akan dibuktikan benar untuk  $n = k + 1$

$$2 + 4 + 6 + \dots + 2k + 2(k + 1) = (\dots + \dots)(\dots + \dots + \dots)$$

$$\dots (\dots + \dots) + 2(k + 1) = (\dots + \dots)(\dots + \dots)$$

$$\dots + \dots + 2k + 2 = \dots + \dots + 2k + 2$$

$$\dots + \dots + 2 = \dots + \dots + 2$$

Dengan demikian terbukti bahwa  $2 + 4 + 6 + \dots + 2n = \dots + \dots + 2$  adalah benar untuk setiap  $n$  bilangan asli.