e-LKPD

Elektronik Lembar Kerja Peserta Didik

Aturan Sinus dan Cosinus

UNTUK SMA KELAS X SEMESTER 2

Oleh:
Nor Hasanah

MAGISTER PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS PENDIDIKAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS AHMAD DAHLAN
2022

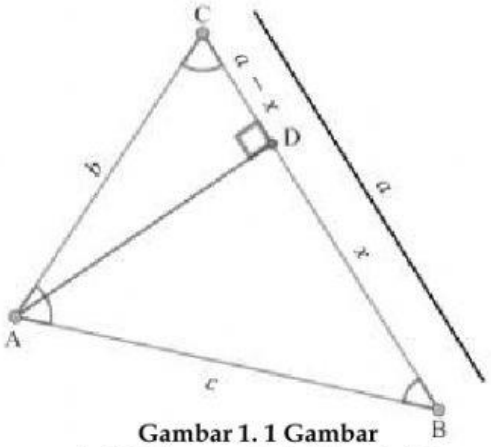
LIVEWORKSHEETS

1.2 Aturan Cosinus

Untuk menentukan panjang salah satu sisi pada segitiga sebarang dapat dilakukan dengan alternatif lain. Untuk mengetahui lebih lanjut, simak dan lengkapi langkah-langkah berikut:

a. Garis tinggi yang ditarik dari titik A

Garis tinggi yang ditarik dari titik A dapat dilihat pada gabar disamping Perhatikan ΔABD dan ΔACD! Panjang AB = c, panjang BC = a, panjang AC = b, dan AD sebagai garis tinggi ΔABC.



Gambar 1. 1 Gambar ΔABC dengan Garis Tinggi AD

Panjang BD = x

Berdasarkan hasil tersebut, diperoleh bahwa:

$\cos \angle B = \frac{BD}{AB}$

$\cos \angle B = \frac{x}{c}$

$x = \cos \angle B$ (10)

Perhatikan ΔACD! Dengan menggunakan teorema Pythagoras, maka diperoleh panjang sisi AC sebagai berikut:

$AC^2 = CD^2 + AD^2$, karena

$CD = BC - BD$

$= a - x$, maka diperoleh

$b^2 = (a - x)^2 + AD^2$ (11)

Perhatikan ΔABD! Kita dapat menentukan panjang AD dengan teorema Pythagoras, diperoleh:

$AD^2 = AB^2 - BD^2$ (12)

$= c^2 - x^2$

Subtitusikan AD^2 pada persamaan (12) ke persamaan (11), diperoleh:

$b^2 = (a - x)^2 + c^2 - x^2$

$b^2 = a^2 - 2ax + x^2 + c^2 - x^2$

$b^2 = a^2 + c^2 - 2ax$ (13)

Subtitusikan x pada persamaan (10) ke persamaan (13), sehingga menjadi:

LIVEWORKSHEETS

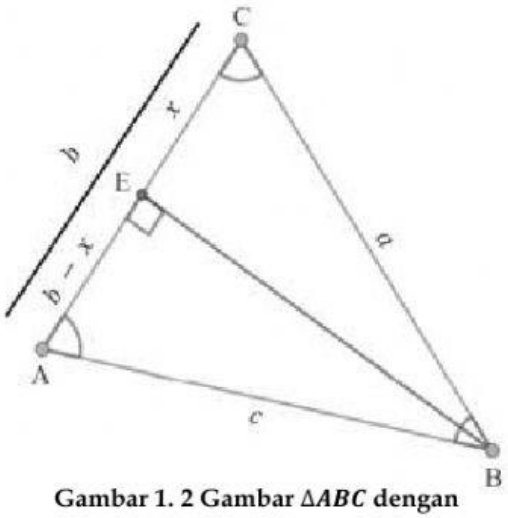
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2.a.c.\cos \angle B \qquad (14)$$

b. Garis tinggi yang ditarik dari titik B

Garis tinggi yang ditarik dari titik B dapat dilihat pada gambar disamping: Perhatikan ΔABE dan ΔBCE! Panjang AB = c, panjang BC = a, panjang AC = b, dan BE sebagai garis tinggi ΔABC.

Panjang EC = x

Berdasarkan hasil tersebut, diperoleh bahwa:



Gambar 1. 2 Gambar Δ*ABC* dengan Garis Tinggi BE

$$\cos \angle C = \frac{CE}{\dots\dots}$$

$$\cos \angle C = \frac{x}{\dots\dots}$$

$$x = \dots\dots \times \cos \angle C \qquad (15)$$

Perhatikan ΔABE! Dengan menggunakan teorema Pythagoras, maka diperoleh panjang sisi AB sebagai berikut:

$AB^2 = AE^2 + BE^2$, karena

$AE = AC - EC$

$= B - x$, maka diperoleh

$$c^2 = (\dots\dots - x)^2 + BE^2 \qquad (16)$$

Perhatikan ΔBCE! Kita dapat menentukan panjang BE dengan teorema Pythagoras, diperoleh:

$$BE^2 = \dots\dots - EC^2 \qquad (17)$$

$$= \dots\dots - x^2$$

Subtitusikan BE^2 pada persamaan (17) ke persamaan (16), diperoleh:

$$c^2 = (\dots\dots - x)^2 + c^2 - x^2$$

$$c^2 = \dots\dots - 2\dots\dots x + x^2 + \dots\dots - x^2$$

$$= \dots\dots + \dots\dots - 2\dots\dots x \qquad (18)$$

Subtitusikan x pada persamaan (15) ke persamaan (18), sehingga menjadi:

$$c^2 = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \qquad (19)$$

LIVEWORKSHEETS

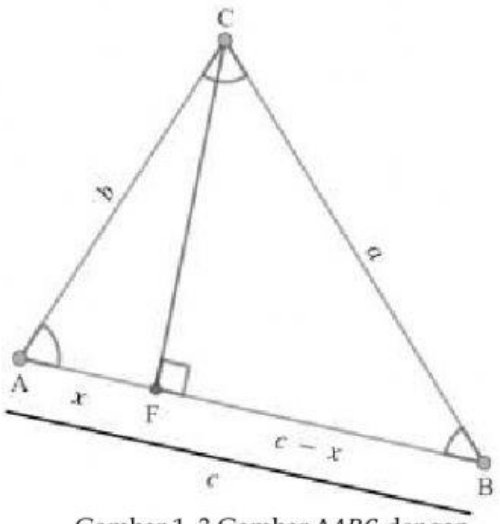
c. Garis tinggi yang ditarik dari titik C

Garis tinggi yang ditarik dari titik C dapat dilihat pada gabar dibawah ini:

Perhatikan ΔACF dan ΔBCF! Panjang AB = c, panjang BC = a, panjang AC = b, dan CF sebagai garis tinggi ΔABC.

Panjang AF = x

Berdasarkan hasil tersebut, diperoleh bahwa:



Gambar 1. 3 Gambar ΔABC dengan Garis Tinggi AF

$\cos \angle A = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$

$\cos \angle A = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$

$x = \ldots\ldots \times \cos \angle A$ (20)

Perhatikan ΔBCF! Dengan menggunakan teorema Pythagoras, maka diperoleh panjang sisi BC sebagai berikut:

$BC^2 = \ldots\ldots^2 + \ldots\ldots^2$, karena

$\ldots\ldots = \ldots\ldots - \ldots\ldots$

$= \ldots\ldots - \ldots\ldots$, maka diperoleh

$\ldots\ldots^2 = (\ldots\ldots - x\ldots\ldots)^2 + \ldots\ldots^2$ (21)

Perhatikan ΔACF! Kita dapat menentukan panjang CF dengan teorema Pythagoras, diperoleh:

$\ldots\ldots^2 = \ldots\ldots - \ldots\ldots^2$

$= \ldots\ldots - \ldots\ldots$ (22)

Subtitusikan CF^2 pada persamaan (22) ke persamaan (21), diperoleh:

$\ldots\ldots^2 = (\ldots\ldots - \ldots\ldots)^2 + \ldots\ldots^2 - \ldots\ldots^2$

$\ldots\ldots^2 = \ldots\ldots - \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + \ldots\ldots^2 + \ldots\ldots - \ldots\ldots^2$

$= \ldots\ldots + \ldots\ldots - \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ (23)

Subtitusikan x pada persamaan (20) ke persamaan (23), sehingga menjadi:

$\ldots\ldots^2 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ (24)

LIVEWORKSHEETS

- Jadi, berdasarkan (14), (19), dan (24), bahwa :

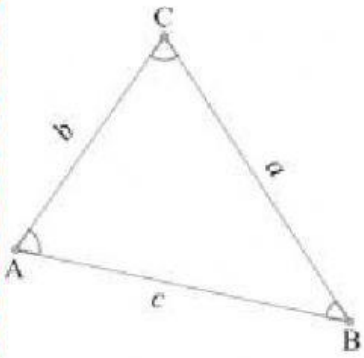
i. a^2 = …… …… …… …… …… …… …… ……

ii. b^2 = …… …… …… …… …… …… …… ……

iii. c^2 = …… …… …… …… …… …… …… ……

Ketiga persamaan tersebut merupakan ***ATURAN COSINUS***

Konsep 5



Gambar 1. 4 Gambar Segitiga Sebarang ABC

Untuk setiap segitiga, dengan BC = a, AC = b, dan AB = c, dengan ∠A, ∠B, dan ∠C, maka berlaku:
ATURAN COSINUS

i. a^2 = …… …… …… …… …… …… …

ii. b^2 = … …… …… …… …… …… …… ……

iii. c^2 = …… …… …… …… …… …… ……..



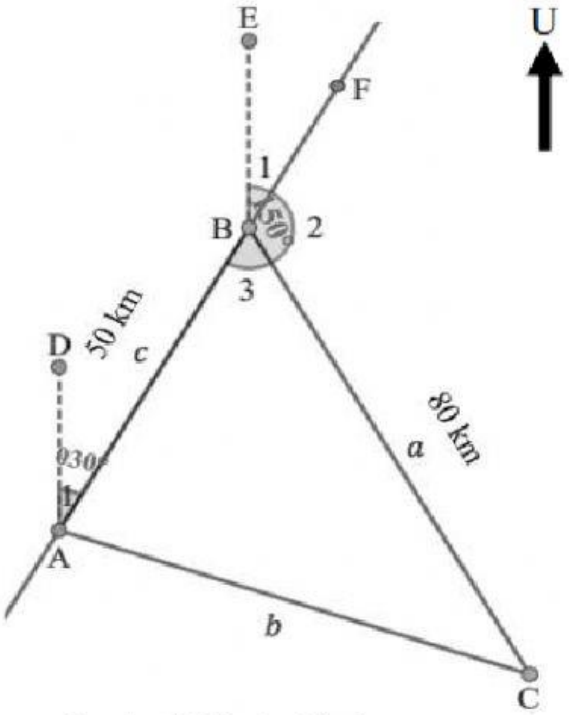
Latihan 2

Sebuah kapal berlayar dari pelabuhan A ke pelabuhan B sejauh 50 km dengan jurusan 30° dari pelabuhan A, kemudian berputar haluan menuju ke pelabuhan C sejauh 80 km dengan jurusan 150° dari pelabuhan B. tentukan jarak terdekat yang dapat ditempuh kapal tersebut dari pelabuhan A ke pelabuhan C!

LIVEWORKSHEETS

Penyelesaian 1

✧ Permasalahan di atas dapat diilustrasikan sebagai berikut:



Gambar 1. 5 Ilustrasi Soal

Misal: $\angle DAB=\angle A_1$, $\angle EBF=\angle B_1$, $\angle FBC=\angle B_2$, dan $\angle ABC=\angle B_3$

Diketahui: ΔABC

$\measuredangle A_1 = 30°, \measuredangle ABC=150°$

AB = 50 km, BC = 80 km

Kita akan menentukan panjang b.

Perhatikan $\angle EBF$ dan $\angle DAB$ yang merupakan sudut sehadap, sehingga:

$\measuredangle$..... = $\measuredangle$.....

$\measuredangle$..... = ...

Perhatikan $\angle EBC$! Kita akan menentukan $\measuredangle FBC$ menggunakan $\measuredangle EBC$ dan $\measuredangle EBF$. Berdasarakan gambar di atas, maka diperoleh:

$\measuredangle$..... = $\measuredangle$..... + $\measuredangle$.....

$\measuredangle$..... = $\measuredangle$..... + $\measuredangle$.....

$\measuredangle$..... = $\measuredangle$..... + $\measuredangle$.....

= $\measuredangle$..... − $\measuredangle$.....

= $\measuredangle$..... − $\measuredangle$..... = ...

LIVEWORKSHEETS

Lanjutan

Perhatikan ∠ABC dan ∠FBC! Kita akan menentukan ∢ABC, dimana ∠ABC dan ∠FBC saling berpelurus, sehingga:

∢..... + ∢..... = ...

∢..... + ... = ...

∢..... = ... − .....

= .....

Jarak pelabuhan A ke pelabuhan C dapat dicari dengan menetukan panjang b dengan menggunkan aturan cosinus, seperti berikut:

$L = \sqrt{a^2 + c^2 - 2.a.c.\cos \angle B_3}$

$= \sqrt{.....^2 + ...^2 - 2. .... \cos .....}$

$= \sqrt{..... + ... - .....}$

$= \sqrt{..... - .....}$

$= \sqrt{.....} = ...$

Jadi, jarak tempuh terdekat kapal tersebut dari pelabuhan A ke pelabuhan adalah ..... km.

LIVEWORKSHEETS