

# *e*-LKPD

Elektronik Lembar Kerja Peserta Didik

## Aturan Sinus dan Cosinus UNTUK SMA KELAS X SEMESTER 2

Oleh:  
Nor Hasanah



MAGISTER PENDIDIKAN MATEMATIKA  
FAKULTAS PENDIDIKAN DAN ILMU PENDIDIKAN  
UNIVERSITAS AHMAD DAHLAN  
2022

## 1.2 Aturan Cosinus

Untuk menentukan panjang salah satu sisi pada segitiga sebarang dapat dilakukan dengan alternatif lain. Untuk mengetahui lebih lanjut, simak dan lengkapi langkah-langkah berikut:

- a. Garis tinggi yang ditarik dari titik A

Garis tinggi yang ditarik dari titik A dapat dilihat pada gambar disamping. Perhatikan  $\triangle ABD$  dan  $\triangle ACD$ ! Panjang  $AB = c$ , panjang  $BC = a$ , panjang  $AC = b$ , dan  $AD$  sebagai garis tinggi  $\triangle ABC$ .

Panjang  $BD = x$

Berdasarkan hasil tersebut, diperoleh bahwa:

$$\cos \angle B = \frac{BD}{AB}$$

$$\cos \angle B = \frac{x}{c}$$

$$x = c \cos \angle B \quad (10)$$

Perhatikan  $\triangle ACD$ ! Dengan menggunakan teorema Pythagoras, maka diperoleh panjang sisi  $AC$  sebagai berikut:

$$AC^2 = CD^2 + AD^2, \text{ karena}$$

$$CD = BC - BD$$

$$= a - x, \text{ maka diperoleh}$$

$$b^2 = (a - x)^2 + AD^2 \quad (11)$$

Perhatikan  $\triangle ABD$ ! Kita dapat menentukan panjang  $AD$  dengan teorema Pythagoras, diperoleh:

$$AD^2 = AB^2 - BD^2 \quad (12)$$

$$= c^2 - x^2$$

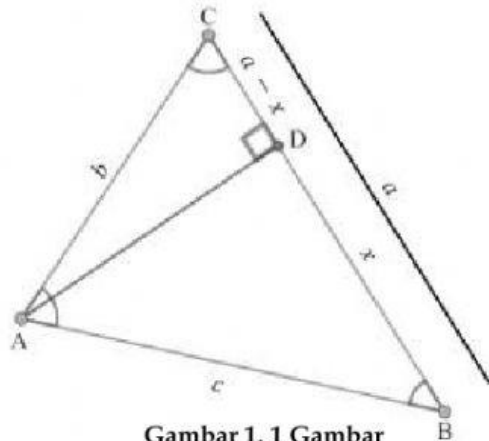
Substitusikan  $AD^2$  pada persamaan (12) ke persamaan (11), diperoleh:

$$b^2 = (a - x)^2 + c^2 - x^2$$

$$b^2 = a^2 - 2ax + x^2 + c^2 - x^2$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ax \quad (13)$$

Substitusikan  $x$  pada persamaan (10) ke persamaan (13), sehingga menjadi:



Gambar 1. 1 Gambar  $\triangle ABC$  dengan Garis Tinggi  $AD$



$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos \angle B \quad (14)$$

b. Garis tinggi yang ditarik dari titik B

Garis tinggi yang ditarik dari titik B dapat dilihat pada gambar disamping:

Perhatikan  $\triangle ABE$  dan  $\triangle BCE$ ! Panjang  $AB = c$ , panjang  $BC = a$ , panjang  $AC = b$ , dan  $BE$  sebagai garis tinggi  $\triangle ABC$ .

Panjang  $EC = x$

Berdasarkan hasil tersebut, diperoleh bahwa:

$$\cos \angle C = \frac{CE}{\dots \dots}$$

$$\cos \angle C = \frac{x}{\dots \dots}$$

$$x = \dots \times \cos \angle C \quad (15)$$

Perhatikan  $\triangle ABE$ ! Dengan menggunakan teorema Pythagoras, maka diperoleh panjang sisi AB sebagai berikut:

$$AB^2 = AE^2 + BE^2, \text{ karena}$$

$$AE = AC - EC$$

$$= b - x, \text{ maka diperoleh}$$

$$c^2 = (\dots - x)^2 + BE^2 \quad (16)$$

Perhatikan  $\triangle BCE$ ! Kita dapat menentukan panjang BE dengan teorema Pythagoras, diperoleh:

$$BE^2 = \dots - EC^2 \quad (17)$$

$$= \dots - x^2$$

Substitusikan  $BE^2$  pada persamaan (17) ke persamaan (16), diperoleh:

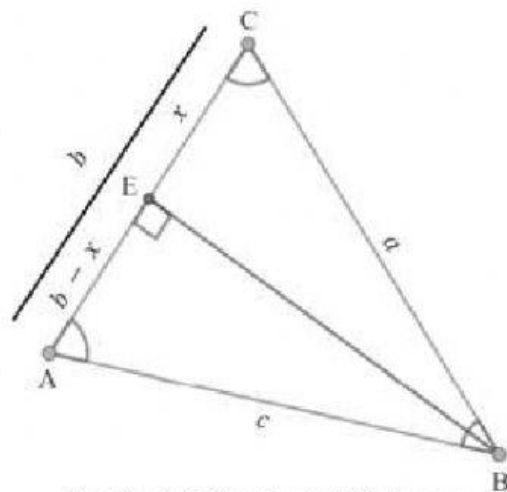
$$c^2 = (\dots - x)^2 + c^2 - x^2$$

$$c^2 = \dots - 2\dots x + x^2 + \dots - x^2$$

$$= \dots + \dots - 2\dots x \quad (18)$$

Substitusikan  $x$  pada persamaan (15) ke persamaan (18), sehingga menjadi:

$$c^2 = \dots \dots \dots \quad (19)$$



Gambar 1. 2 Gambar  $\triangle ABC$  dengan Garis Tinggi BE

c. Garis tinggi yang ditarik dari titik C

Garis tinggi yang ditarik dari titik C dapat dilihat pada gambar dibawah ini:

Perhatikan  $\triangle ACF$  dan  $\triangle BCF$ ! Panjang  $AB = c$ , panjang  $BC = a$ , panjang  $AC = b$ , dan  $CF$  sebagai garis tinggi  $\triangle ABC$ .

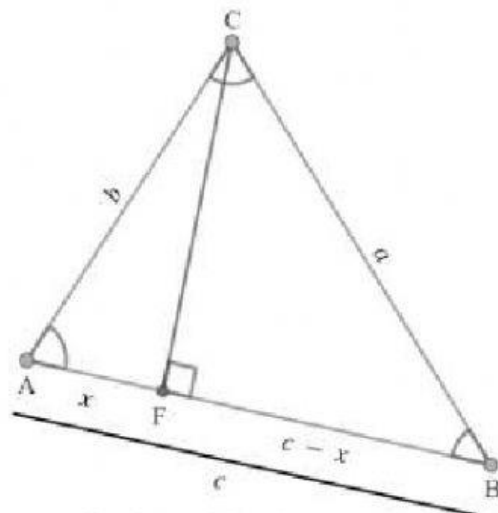
Panjang  $AF = x$

Berdasarkan hasil tersebut, diperoleh bahwa:

$$\cos \angle A = \frac{\dots}{\dots}$$

$$\cos \angle A = \frac{\dots}{\dots}$$

$$x = \dots \times \cos \angle A$$



Gambar 1. 3 Gambar  $\triangle ABC$  dengan Garis Tinggi  $AF$

(20)

Perhatikan  $\triangle BCF$ ! Dengan menggunakan teorema Pythagoras, maka diperoleh panjang sisi  $BC$  sebagai berikut:

$$BC^2 = \dots^2 + \dots^2, \text{ karena}$$

$$\dots = \dots - \dots$$

$$= \dots - \dots, \text{ maka diperoleh}$$

$$\dots^2 = (\dots - x \dots)^2 + \dots^2 \quad (21)$$

Perhatikan  $\triangle ACF$ ! Kita dapat menentukan panjang  $CF$  dengan teorema Pythagoras, diperoleh:

$$\dots^2 = \dots - \dots^2$$

$$= \dots - \dots \quad (22)$$

Substitusikan  $CF^2$  pada persamaan (22) ke persamaan (21), diperoleh:

$$\dots^2 = (\dots - \dots)^2 + \dots^2 - \dots^2$$

$$\dots^2 = \dots - \dots + \dots^2 + \dots - \dots^2$$

$$= \dots + \dots - \dots \quad (23)$$

Substitusikan  $x$  pada persamaan (20) ke persamaan (23), sehingga menjadi:

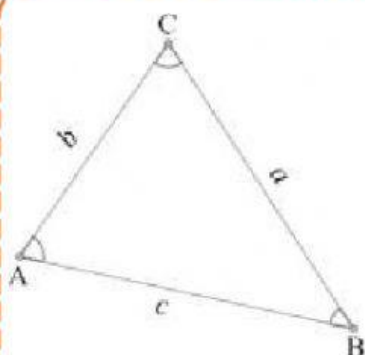
$$\dots^2 = \dots \quad (24)$$

- Jadi, berdasarkan (14), (19), dan (24), bahwa :

- $a^2 = \dots\dots\dots$
- $b^2 = \dots\dots\dots$
- $c^2 = \dots\dots\dots$

Ketiga persamaan tersebut merupakan **ATURAN COSINUS**

### Konsep 5



Untuk setiap segitiga, dengan  $BC = a$ ,  $AC = b$ , dan  $AB = c$ , dengan  $\angle A$ ,  $\angle B$ , dan  $\angle C$ , maka berlaku:  
**ATURAN COSINUS**

- $a^2 = \dots\dots\dots$
- $b^2 = \dots\dots\dots$
- $c^2 = \dots\dots\dots$

**Gambar 1. 4** Gambar Segitiga Sebarang ABC



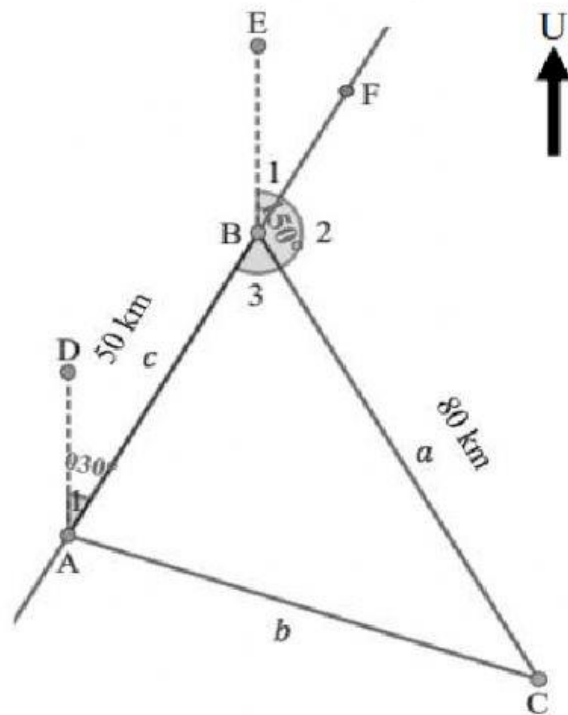
### Latihan 2

Sebuah kapal berlayar dari pelabuhan A ke pelabuhan B sejauh 50 km dengan jurusan  $30^\circ$  dari pelabuhan A, kemudian berputar haluan menuju ke pelabuhan C sejauh 80 km dengan jurusan  $150^\circ$  dari pelabuhan B. tentukan jarak terdekat yang dapat ditempuh kapal tersebut dari pelabuhan A ke pelabuhan C!



### Penyelesaian 1

✧ Permasalahan di atas dapat diilustrasikan sebagai berikut:



Gambar 1. 5 Ilustrasi Soal

Misal:  $\angle DAB = \angle A_1$ ,  $\angle EBF = \angle B_1$ ,  $\angle FBC = \angle B_2$ , dan  $\angle ABC = \angle B_3$

Diketahui:  $\triangle ABC$

$$\angle A_1 = 30^\circ, \angle ABC = 150^\circ$$

$$AB = 50 \text{ km}, BC = 80 \text{ km}$$

Kita akan menentukan panjang  $b$ .

Perhatikan  $\angle EBF$  dan  $\angle DAB$  yang merupakan sudut sehadap, sehingga:

$$\angle \dots = \angle \dots$$

$$\angle \dots = \dots$$

Perhatikan  $\angle EBC$ ! Kita akan menentukan  $\angle FBC$  menggunakan  $\angle EBC$  dan  $\angle EBF$ . Berdasarkan gambar di atas, maka diperoleh:

$$\angle \dots = \angle \dots + \angle \dots$$

$$\angle \dots = \angle \dots + \angle \dots$$

$$\angle \dots = \angle \dots + \angle \dots$$

$$= \angle \dots - \angle \dots$$

$$= \angle \dots - \angle \dots = \dots$$

### Lanjutan

Perhatikan  $\angle ABC$  dan  $\angle FBC$ ! Kita akan menentukan  $\angle ABC$ , dimana  $\angle ABC$  dan  $\angle FBC$  saling berpelurus, sehingga:

$$\angle \dots + \angle \dots = \dots$$

$$\angle \dots + \dots = \dots$$

$$\angle \dots = \dots - \dots$$

$$= \dots$$

Jarak pelabuhan A ke pelabuhan C dapat dicari dengan menentukan panjang  $b$  dengan menggunakan aturan cosinus, seperti berikut:

$$L = \sqrt{a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos \angle B_3}$$

$$= \sqrt{\dots^2 + \dots^2 - 2 \cdot \dots \cdot \dots \cdot \cos \dots}$$

$$= \sqrt{\dots + \dots - \dots}$$

$$= \sqrt{\dots - \dots}$$

$$= \sqrt{\dots} = \dots$$

Jadi, jarak tempuh terdekat kapal tersebut dari pelabuhan A ke pelabuhan adalah ..... km.