

e-LKPD

Elektronik Lembar Kerja Peserta Didik

Aturan Sinus dan Cosinus UNTUK SMA KELAS X SEMESTER 2

Oleh:
Nor Hasanah

MAGISTER PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS PENDIDIKAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS AHMAD DAHLAN

2022



1.2 Aturan Cosinus

Untuk menentukan panjang salah satu sisi pada segitiga sebarang dapat dilakukan dengan alternatif lain. Untuk mengetahui lebih lanjut, simak dan lengkapi langkah-langkah berikut:

- a. Garis tinggi yang ditarik dari titik A

Garis tinggi yang ditarik dari titik A dapat dilihat pada gambar disamping. Perhatikan $\triangle ABD$ dan $\triangle ACD$. Panjang $AB = c$, panjang $BC = a$, panjang $AC = b$, dan AD sebagai garis tinggi $\triangle ABC$.

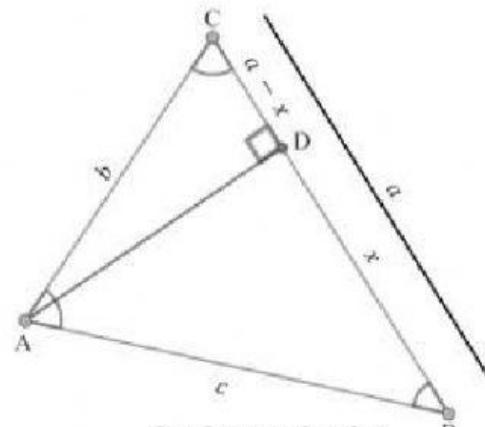
Panjang $BD = x$

Berdasarkan hasil tersebut, diperoleh bahwa:

$$\cos \angle B = \frac{BD}{AB}$$

$$\cos \angle B = \frac{x}{c}$$

$$x = \cos \angle B \quad (10)$$



Gambar 1.1 Gambar $\triangle ABC$ dengan Garis Tinggi AD

Perhatikan $\triangle ACD$! Dengan menggunakan teorema Pythagoras, maka diperoleh panjang sisi AC sebagai berikut:

$$AC^2 = CD^2 + AD^2, \text{ karena}$$

$$CD = BC - BD$$

$$= a - x, \text{ maka diperoleh}$$

$$b^2 = (a - x)^2 + AD^2 \quad (11)$$

Perhatikan $\triangle ABD$! Kita dapat menentukan panjang AD dengan teorema Pythagoras, diperoleh:

$$AD^2 = AB^2 - BD^2 \quad (12)$$

$$= c^2 - x^2$$

Subtitusikan AD^2 pada persamaan (12) ke persamaan (11), diperoleh:

$$b^2 = (a - x)^2 + c^2 - x^2$$

$$b^2 = a^2 - 2ax + x^2 + c^2 - x^2$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ax \quad (13)$$

Subtitusikan x pada persamaan (10) ke persamaan (13), sehingga menjadi:

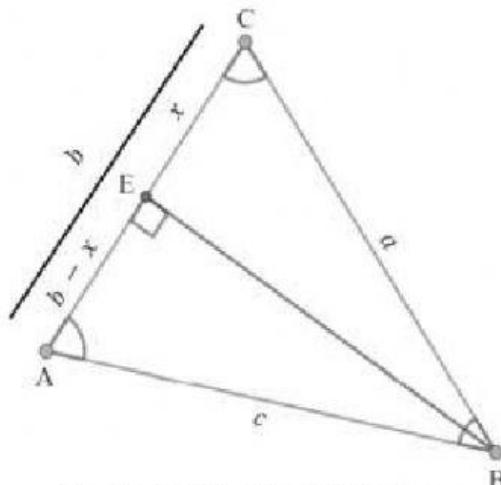
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos \angle B \quad (14)$$

- b. Garis tinggi yang ditarik dari titik B

Garis tinggi yang ditarik dari titik B dapat dilihat pada gambar disamping: Perhatikan ΔABE dan ΔBCE ! Panjang $AB = c$, panjang $BC = a$, panjang $AC = b$, dan BE sebagai garis tinggi ΔABC .

Panjang EC = x

Berdasarkan hasil tersebut, diperoleh bahwa:



Gambar 1. 2 Gambar $\triangle ABC$ dengan Garis Tinggi BE

$$\cos \angle C = \frac{CE}{\dots}$$

$$\cos \angle C = \frac{x}{\dots\dots}$$

$$x = \dots \times \cos \angle C \quad (15)$$

Perhatikan ΔABE ! Dengan menggunakan teorema Pythagoras, maka diperoleh panjang sisi AB sebagai berikut:

$AB^2 = AE^2 + BE^2$, karena

$$AE = AC - EC$$

$= B - x$, maka diperoleh

$$c^2 = (\dots - x)^2 + BE^2 \quad (16)$$

Perhatikan $\triangle BCE$! Kita dapat menentukan panjang BE dengan teorema Pythagoras, diperoleh:

$$BE^2 = \dots - EC^2 \quad (17)$$

$$= \dots - x^2$$

Subtitusikan BE^2 pada persamaan (17) ke persamaan (16), diperoleh:

$$c^2 = (\dots - x)^2 + c^2 - x^2$$

$$c^2 = \dots - 2\dots x + x^2 + \dots - x^2$$

$$= \dots + \dots - 2\dots x \quad (18)$$

Subtitusikan x pada persamaan (15) ke persamaan (18), sehingga menjadi:

$$c^2 = \dots \quad (19)$$

- c. Garis tinggi yang ditarik dari titik C

Garis tinggi yang ditarik dari titik C dapat dilihat pada gambar dibawah ini:

Perhatikan $\triangle ACF$ dan $\triangle BCF$! Panjang $AB = c$, panjang $BC = a$, panjang $AC = b$, dan CF sebagai garis tinggi $\triangle ABC$.

Panjang $AF = x$

Berdasarkan hasil tersebut, diperoleh bahwa:

$$\cos \angle A = \frac{\dots}{\dots}$$

$$\cos \angle A = \frac{\dots}{\dots}$$

$$x = \dots \times \cos \angle A \quad (20)$$

Perhatikan $\triangle BCF$! Dengan menggunakan teorema Pythagoras, maka diperoleh panjang sisi BC sebagai berikut:

$$BC^2 = \dots^2 + \dots^2, \text{ karena}$$

$$\dots = \dots - \dots$$

$$= \dots - \dots, \text{ maka diperoleh}$$

$$\dots^2 = (\dots - x\dots)^2 + \dots^2 \quad (21)$$

Perhatikan $\triangle ACF$! Kita dapat menentukan panjang CF dengan teorema Pythagoras, diperoleh:

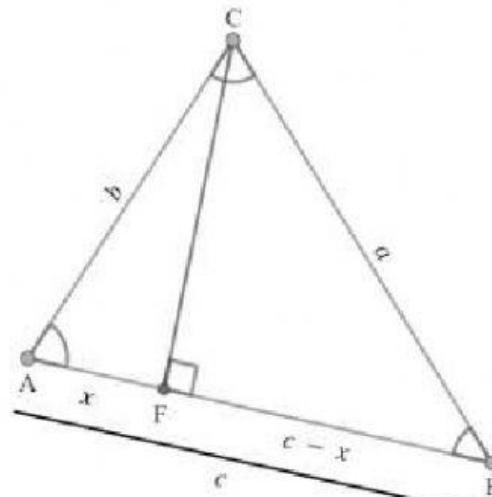
$$\begin{aligned} \dots^2 &= \dots - \dots^2 \\ &= \dots - \dots \end{aligned} \quad (22)$$

Subtitusikan CF^2 pada persamaan (22) ke persamaan (21), diperoleh:

$$\begin{aligned} \dots^2 &= (\dots - \dots)^2 + \dots^2 - \dots^2 \\ \dots^2 &= \dots - \dots + \dots^2 + \dots - \dots^2 \\ &= \dots + \dots - \dots \end{aligned} \quad (23)$$

Subtitusikan x pada persamaan (20) ke persamaan (23), sehingga menjadi:

$$\dots^2 = \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \quad (24)$$



Gambar 1. 3 Gambar $\triangle ABC$ dengan Garis Tinggi AF

- Jadi, berdasarkan (14), (19), dan (24), bahwa :

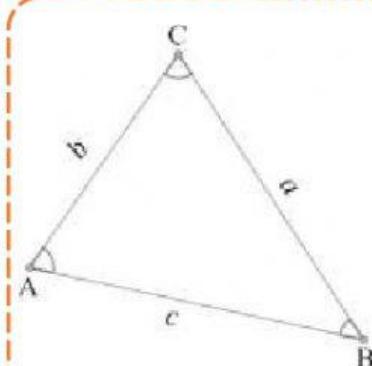
i. $a^2 = \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots$

ii. $b^2 = \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots$

iii. $c^2 = \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots$

Ketiga persamaan tersebut merupakan **ATURAN COSINUS**

Konsep 5



Untuk setiap segitiga, dengan $BC = a$, $AC = b$, dan $AB = c$, dengan $\angle A$, $\angle B$, dan $\angle C$, maka berlaku:

ATURAN COSINUS

i. $a^2 = \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots$

ii. $b^2 = \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots$

iii. $c^2 = \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots$

Gambar 1. 4 Gambar Segitiga Sebarang ABC

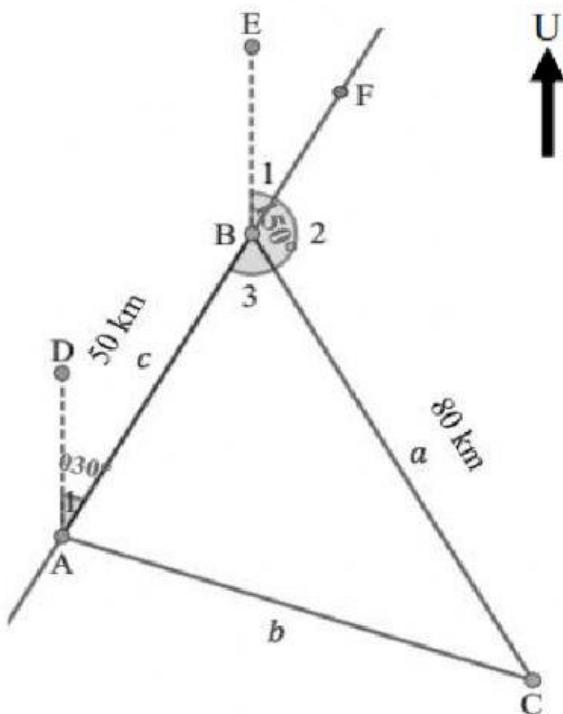


Latihan 2

Sebuah kapal berlayar dari pelabuhan A ke pelabuhan B sejauh 50 km dengan jurusan 30° dari pelabuhan A, kemudian berputar haluan menuju ke pelabuhan C sejauh 80 km dengan jurusan 150° dari pelabuhan B. tentukan jarak terdekat yang dapat ditempuh kapal tersebut dari pelabuhan A ke pelabuhan C!

Penyelesaian 1

◊ Permasalahan di atas dapat diilustrasikan sebagai berikut:



Gambar 1. 5 Ilustrasi Soal

Misal: $\angle DAB = \angle A_1$, $\angle EBF = \angle B_1$, $\angle FBC = \angle B_2$, dan $\angle ABC = \angle B_3$

Diketahui: $\triangle ABC$

$$\angle A_1 = 30^\circ, \angle ABC = 150^\circ$$

$$AB = 50 \text{ km}, BC = 80 \text{ km}$$

Kita akan menentukan panjang b .

Perhatikan $\angle EBF$ dan $\angle DAB$ yang merupakan sudut sehadap, sehingga:

$$\angle \dots = \angle \dots$$

$$\angle \dots = \dots$$

Perhatikan $\angle EBC$! Kita akan menentukan $\angle FBC$ menggunakan $\angle EBC$ dan $\angle EBF$. Berdasarkan gambar di atas, maka diperoleh:

$$\angle \dots = \angle \dots + \angle \dots$$

$$\angle \dots = \angle \dots + \angle \dots$$

$$\angle \dots = \angle \dots + \angle \dots$$

$$= \angle \dots - \angle \dots$$

$$= \angle \dots - \angle \dots = \dots$$

Lanjutan

Perhatikan $\angle ABC$ dan $\angle FBC$! Kita akan menentukan $\angle ABC$, dimana $\angle ABC$ dan $\angle FBC$ saling berpelurus, sehingga:

$$\angle \dots + \angle \dots = \dots$$

$$\angle \dots + \dots = \dots$$

$$\begin{aligned}\angle \dots &= \dots - \dots \\ &= \dots\end{aligned}$$

Jarak pelabuhan A ke pelabuhan C dapat dicari dengan menentukan panjang b dengan menggunakan aturan cosinus, seperti berikut:

$$\begin{aligned}L &= \sqrt{a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos \angle B_3} \\ &= \sqrt{\dots^2 + \dots^2 - 2 \cdot \dots \cdot \dots \cdot \cos \dots} \\ &= \sqrt{\dots + \dots - \dots} \\ &= \sqrt{\dots - \dots} \\ &= \sqrt{\dots} = \dots\end{aligned}$$

Jadi, jarak tempuh terdekat kapal tersebut dari pelabuhan A ke pelabuhan adalah km.