Chủ đề 4. PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

(PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẲNG)

1. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Phương trình tham số của đường thẳng

- **Phương trình tham số** của đường thẳng d đi qua điểm $M_0(x_0;y_0;z_0)$ và có VTCP $\vec{a}=(a_1;a_2;a_3)$:

$$\boxed{(d):\begin{cases} x = x_o + a_1 t \\ y = y_o + a_2 t \\ z = z_o + a_3 t \end{cases} \quad (t \in R)}$$

- Nếu $a_1a_2a_3 \neq 0$ thì $\boxed{(d):\dfrac{x-x_0}{a_1}=\dfrac{y-y_0}{a_2}=\dfrac{z-z_0}{a_3}}$ *đgl* ***phương trình chính tắc*** *của d.*

2. Vị trí tương đối giữa hai đường thẳng

Cho hai đường thẳng d, d' có phương trình tham số lần lượt là:

$$d:\begin{cases} x = x_0 + ta_1 \\ y = y_0 + ta_2 \\ z = z_0 + ta_3 \end{cases} \quad \text{và} \quad d':\begin{cases} x = x_0' + t'a_1' \\ y = y_0' + t'a_2' \\ z = z_0' + t'a_3' \end{cases}$$

- $d \,//\, d' \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{a},\vec{a}' \text{ cùng phương} \\ \text{hệ} \begin{cases} x_0 + ta_1 = x_0' + t'a_1' \\ y_0 + ta_2 = y_0' + t'a_2' \\ z_0 + ta_3 = z_0' + t'a_3' \end{cases} (\text{ẩn } t,t') \text{ vô nghiệm} \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \vec{a},\vec{a}' \text{ cùng phương} \\ M_0(x_0;y_0;z_0) \notin d' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{a},\vec{a}' \text{ cùng phương} \\ \vec{a},\overrightarrow{M_0M_0'} \text{ không cùng phương} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [\vec{a},\vec{a}'] = \vec{0} \\ [\vec{a},\overrightarrow{M_0M_0'}] \neq \vec{0} \end{cases}$$

- $d \equiv d' \Leftrightarrow \text{hệ} \begin{cases} x_0 + ta_1 = x_0' + t'a_1' \\ y_0 + ta_2 = y_0' + t'a_2' \\ z_0 + ta_3 = z_0' + t'a_3' \end{cases} (\text{ẩn } t,t') \text{ có vô số nghiệm} \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{a},\vec{a}' \text{ cùng phương} \\ M_0(x_0;y_0;z_0) \in d' \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \vec{a},\vec{a}',\overrightarrow{M_0M_0'} \text{ đôi một cùng phương} \Leftrightarrow [\vec{a},\vec{a}'] = [\vec{a},\overrightarrow{M_0M_0'}] = \vec{0}$$

- d, d' cắt nhau $\Leftrightarrow \text{hệ} \begin{cases} x_0 + ta_1 = x_0' + t'a_1' \\ y_0 + ta_2 = y_0' + t'a_2' \\ z_0 + ta_3 = z_0' + t'a_3' \end{cases} (\text{ẩn } t, t') \text{ có đúng một nghiệm}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \vec{a},\vec{a}' \text{ không cùng phương} \\ \vec{a},\vec{a}',\overrightarrow{M_0M_0'} \text{ đồng phẳng} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} [\vec{a},\vec{a}'] \neq \vec{0} \\ [\vec{a},\vec{a}'].\overrightarrow{M_0M_0'} = 0 \end{cases}$$

- d, d' chéo nhau $\Leftrightarrow \begin{cases} \vec{a},\vec{a}' \text{ không cùng phương} \\ \text{hệ} \begin{cases} x_0 + ta_1 = x_0' + t'a_1' \\ y_0 + ta_2 = y_0' + t'a_2' \\ z_0 + ta_3 = z_0' + t'a_3' \end{cases} (\text{ẩn } t,t') \text{ vô nghiệm} \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \vec{a},\vec{a}',\overrightarrow{M_0M_0'} \text{ không đồng phẳng} \Leftrightarrow [\vec{a},\vec{a}'].\overrightarrow{M_0M_0'} \neq 0$$

LIVEWORKSHEETS

• $d \perp d' \quad \Leftrightarrow \vec{a} \perp \vec{a}' \qquad \Leftrightarrow \vec{a}.\vec{a}' = 0$

3. Vị trí tương đối giữa một đường thẳng và một mặt phẳng

Cho mặt phẳng (α): $Ax + By + Cz + D = 0$ và đường thẳng d: $\begin{cases} x = x_0 + ta_1 \\ y = y_0 + ta_2 \\ z = z_0 + ta_3 \end{cases}$

Xét phương trình: $A(x_0 + ta_1) + B(y_0 + ta_2) + C(z_0 + ta_3) + D = 0$ (ẩn t) (*)

- *d // (α) ⇔ (*) vô nghiệm*
- *d cắt (α) ⇔ (*) có đúng một nghiệm*
- *$d \subset (\alpha)$ ⇔ (*) có vô số nghiệm*

2. LUYỆN TẬP

Câu 1: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, phương trình chính tắc của đường thẳng $d: \begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 5 - 3t \\ z = 1 - 4t \end{cases}$ là:

A. $\frac{x-3}{2} = \frac{y+5}{-3} = \frac{z+1}{-4}$. **B.** $\frac{x+2}{-3} = \frac{y-3}{5} = \frac{z-4}{1}$.

C. $\frac{x-2}{-3} = \frac{y+3}{5} = \frac{z+4}{1}$. **D.** $\frac{x+3}{2} = \frac{y-5}{-3} = \frac{z-1}{-4}$.

Câu 2: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, đường thẳng $(d): \begin{cases} x = t \\ y = 1 - 2t \\ z = 2 \end{cases}$ có 1 vectơ chỉ phương là:

A. $\vec{u}(1;1;2)$. **B.** $\vec{u}(1;-2;2)$. **C.** $\vec{u}(1;-2;0)$. **D.** $\vec{u}(0;1;2)$.

Câu 3: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(1;-2;0)$ và có véctơ chỉ phương $\vec{u}(0;0;1)$. Đường thẳng d có phương trình tham số là:

A. $\begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \\ z = t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -2 + 2t \\ z = t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = t \\ y = -2t \\ z = 1 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -2 - t \\ z = 0 \end{cases}$.

Câu 4: Trong không gian với hệ toạ độ $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, hãy viết phương trình của đường thẳng Δ đi qua điểm $M(2;0;-1)$ đồng thời nhận véctơ $\vec{a} = 2\vec{i} - 4\vec{j} + 6\vec{k}$ làm véctơ chỉ phương?

A. $\frac{x+2}{1} = \frac{y-4}{-4} = \frac{z+6}{3}$. **B.** $\frac{x-2}{-2} = \frac{y}{4} = \frac{z+1}{6}$.

C. $\frac{x+2}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z-1}{3}$. **D.** $\frac{x-2}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z+1}{3}$.

Câu 5: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, phương trình của đường thẳng đi qua điểm $M(-2;1;2)$ và song song với trục Ox là:

LIVEWORKSHEETS

A. $\begin{cases} x=1-2t \\ y=t \\ z=2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-2 \\ y=1+t \\ z=2 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-2+t \\ y=1 \\ z=2 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-2t \\ y=1+t \\ z=2t \end{cases}$.

Câu 6: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, hãy viết phương trình của đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1;2;-1)$ và song song với hai mặt phẳng $(P): x+y-z+3=0$, $(Q): 2x-y+5z-4=0$?

A. $\begin{cases} x=1-12t \\ y=2+7t \\ z=-1+3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+4t \\ y=2-7t \\ z=-1-3t \end{cases}$.

C. $\frac{x+1}{4}=\frac{y+2}{-7}=\frac{z-1}{-3}$. **D.** $\frac{x-1}{4}=\frac{y-2}{7}=\frac{z+1}{-3}$.

Câu 7: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $M(2;0;-3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 2x-3y+5z+4=0$. Phương trình chính tắc của Δ là:

A. $\frac{x+2}{1}=\frac{y}{-3}=\frac{z-3}{5}$. **B.** $\frac{x+2}{2}=\frac{y}{-3}=\frac{z-3}{5}$.

C. $\frac{x-2}{2}=\frac{y}{-3}=\frac{z+3}{5}$. **D.** $\frac{x-2}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z+3}{5}$.

Câu 8: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $(\Delta_1): \frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-2}{-4}$ và $(\Delta_2): \begin{cases} x=2t \\ y=1-2t \\ z=-1-8t \end{cases}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $(\Delta_1)//(\Delta_2)$ **B.** $(\Delta_1)\perp(\Delta_2)$

C. $(\Delta_1)\equiv(\Delta_2)$ **D.** (Δ_1) và (Δ_2) chéo nhau

Câu 9: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): 3x+2y+z-12=0$ và đường thẳng $(\Delta): \begin{cases} x=t \\ y=6-3t \\ z=3t \end{cases}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $(\Delta)\subset(\alpha)$ **B.** $(\Delta)\subset(\alpha)$ **C.** $(\Delta)//(\alpha)$ **D.** (Δ)cắt (α)

Câu 10: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(\Delta): \frac{x+2}{3}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-5}{1}$ và mặt phẳng (α)có phương trình $(\alpha): 2x-2y+z-3=0$. Tọa độ giao điểm của (Δ)và (α) là:

A. $(-2;-1;5)$ **B.** $(2;-1;5)$ **C.** $(2;-1;-5)$ **D.** $(2;1;5)$

Câu 11: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, số đo của góc tạo bởi hai đường thẳng $(d_1): \begin{cases} x=-1+t \\ y=2 \\ z=2+t \end{cases}$ và $(d_2): \begin{cases} x=8-2t \\ y=t \\ z=2t \end{cases}$ là:

LIVEWORKSHEETS

A. 90°. **B.** 60°. **C.** 30°. **D.** 45°.

Câu 12: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;4)$ và đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=1+t\\y=2+t\\z=1+2t\end{cases}$. Điểm H thuộc Δ có tọa độ bằng bao nhiêu thì độ dài đoạn AH nhỏ nhất?

A. $H(2;3;3)$. **B.** $H(0;1;-1)$. **C.** $H(3;4;5)$. **D.** $H(-1;0;-3)$.

Câu 13: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\frac{x-1}{m}=\frac{y+2}{2m-1}=\frac{z+3}{2}$ và mặt phẳng $(\alpha):x+3y-2z-5=0$. Với giá trị nào của m thì Δ vuông góc với (α)?

A. $m=1$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=3$. **D.** $m=-3$.

Câu 14: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng (d_1) và (d_2) cắt nhau có phương trình $(d_1):\frac{x-1}{2}=\frac{y-7}{1}=\frac{z-3}{4}$ và $(d_2):\begin{cases}x=6+3t\\y=-1-2t\\z=-2+t\end{cases}$. Tọa độ giao điểm của (d_1) và (d_2) là:

A. $(-3;5;-5)$ **B.** $(3;5;-5)$ **C.** $(3;2;-5)$ **D.** $(3;-5;5)$

Câu 15: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\frac{x-2}{4}=\frac{y}{-6}=\frac{z+1}{-8}$ và $d_2:\frac{x-7}{-6}=\frac{y-2}{9}=\frac{z}{12}$. Vị trí tương đối giữa d_1 và d_2 là:

A. Trùng nhau. **B.** Song song. **C.** Cắt nhau. **D.** Chéo nhau.

Câu 16: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;-2;1)$, $B(2;1;3)$ có phương trình:

A. $\frac{x-1}{1}=\frac{y+2}{3}=\frac{z-1}{2}$. **B.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y+2}{-2}=\frac{z-1}{1}$.

C. $\frac{x+1}{1}=\frac{y-2}{3}=\frac{z+1}{2}$. **D.** $\frac{x+2}{1}=\frac{y+1}{3}=\frac{z+3}{2}$.

Câu 17: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, toạ độ giao điểm của $d:\frac{x-3}{1}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z}{2}$ và mặt phẳng $(P):2x-y-z-7=0$ là:

A. $M(1;-1;2)$. **B.** $M(2;0;-2)$. **C.** $M(3;-1;0)$. **D.** $M(-3;1;0)$.

Câu 18: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=2-t\\y=1+t\\z=t\end{cases}$, phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của d?

A. $\frac{x-2}{-1}=\frac{y}{1}=\frac{z+3}{-1}$. **B.** $\frac{x+2}{-1}=\frac{y-4}{1}=\frac{z-3}{1}$.

LIVEWORKSHEETS

C. $x-2=y=z+3$.

D. $\frac{x-2}{-1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z}{1}$.

Câu 19: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-3)$ và $B(3;-1;1)$. Phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua hai điểm A và B ?

A. $\frac{x-1}{3}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z+3}{1}$.

B. $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{-3}=\frac{z+3}{4}$.

C. $\frac{x-3}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-1}{-3}$.

D. $\frac{x+1}{2}=\frac{y+2}{-3}=\frac{z-3}{4}$.

Câu 20: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-12}{4}=\frac{y-9}{3}=\frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P):3x+5y-z-2=0$. Tọa độ giao điểm H của d và (P) là

A. $H(1;0;1)$.

B. $H(0;0;-2)$.

C. $H(1;1;6)$.

D. $H(12;9;1)$.

Câu 21: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M(2;0;-1)$ và có vectơ chỉ phương là $\vec{a}(4;-6;2)$. Phương trình đường thẳng Δlà:

A. $\begin{cases}x=-2+4t\\y=-6t\\z=1+2t\end{cases}$

B. $\begin{cases}x=-2+2t\\y=-3t\\z=1+t\end{cases}$

C. $\begin{cases}x=2+2t\\y=-3t\\z=-1+t\end{cases}$

D. $\begin{cases}x=4+2t\\y=-6-3t\\z=2+t\end{cases}$

Câu 22: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δđi qua điểm $A(1;2;3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha):4x+3y-7z+1=0$. Phương trình của đường thẳng Δ là:

A. $\begin{cases}x=-1+4t\\y=-2+3t\\z=-3-7t\end{cases}$

B. $\begin{cases}x=1+4t\\y=2+3t\\z=3-7t\end{cases}$

C. $\begin{cases}x=1+3t\\y=2-4t\\z=3-7t\end{cases}$

D. $\begin{cases}x=-1+8t\\y=-2+6t\\z=-3-14t\end{cases}$

Câu 23: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\frac{x-1}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z-3}{3}$ và $d_2:\frac{x}{2}=\frac{y-1}{4}=\frac{z-2}{6}$. Khẳng định nào sau đây là ***đúng***?

A. d_1 cắt d_2

B. d_1 trùng d_2

C. $d_1//d_2$

D. d_1 chéo d_2

Câu 24: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+t\\y=2-t\\z=2-3t\end{cases}$ và mặt phẳng $(P):x+3y+z+1=0$. Toạ độ giao điểm của đường thẳng và mặt phẳng là:

A. $(3;0;4)$

B. $(3;-4;0)$

C. $(-3;0;4)$

D. $(3;0;-4)$

LIVEWORKSHEETS

Câu 25: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases} x = 2t \\ y = 1 - t \\ z = 2 + t \end{cases}$. Phương trình nào sau đây là phương trình đường thẳng d?

A. $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = -t \\ z = 3 + t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 4 - 2t \\ y = -1 + t \\ z = 4 - t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = 4 + t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = 2t \\ y = 1 + t \\ z = 2 + t \end{cases}$

LIVEWORKSHEETS