



Nama : _____
Kelas : _____

LEMBAR KERJA 6 POLINOM

KOMPETENSI DASAR	INDIKATOR PENCAPAIAN
3.2. Menganalisis keterbagian dan faktorisasi polinom	3.2.3. Memahami faktorisasi polinom 3.2.4. Menentukan faktor-faktor dari polinom

Teorema Faktor

 Memahami faktorisasi polinom

Misalkan $f(x)$ adalah sebuah suku banyak, $(x - k)$ adalah faktor dari $f(x)$ jika dan hanya jika $f(k) = 0$

Teorema faktor itu dapat dibaca sebagai berikut :

1. Jika $(x - k)$ adalah faktor dari $f(x)$ maka $f(k) = 0$ dan
2. Jika $f(k) = 0$ maka $(x - k)$ adalah faktor dari $f(x)$

BUKTI :

1. Misalkan $(x - k)$ adalah faktor dari $f(x)$, maka $f(x)$ dapat dituliskan sebagai $f(x) =$

$$(x - k) \cdot H(x)$$

Dengan $H(x)$ adalah suku banyak hasil bagi dengan bentuk tertentu.

Substitusi nilai $x = k$ ke dalam persamaan $f(x) = (x - k) \cdot H(x)$, sehingga

diperoleh:

$$f(k) = (k - k) \cdot H(k)$$

$$\Leftrightarrow f(k) = 0 \cdot H(k)$$

$$\Leftrightarrow f(k) = 0$$

Jadi, jika $(x - k)$ adalah faktor dari $f(x)$ maka $f(k) = 0$

2. Misalkan $f(x)$ dibagi dengan $(x - k)$ memberikan hasil bagi $H(x)$ dan sisa $f(k)$. Dengan menggunakan teorema 1, pernyataan ini dapat dituliskan sebagai

$$f(x) = (x - k) \cdot H(x) + f(k)$$

untuk $f(k) = 0$, persamaan di atas berubah menjadi

$$f(x) = (x - k) \cdot H(x)$$

Hubungan ini menunjukkan bahwa $(x - k)$ adalah faktor dari $f(x)$.

Berdasarkan uraian 1 dan 2 tersebut terbukti bahwa :

$(x - k)$ adalah faktor dari $f(x)$ jika dan hanya jika $f(k) = 0$

Contoh 1

Tunjukkan bahwa $x - 4$ adalah faktor dari $2x^4 - 9x^3 + 5x^2 - 3x - 4$

Jawab :

Dengan cara Horner atau substitusi ditunjukkan bahwa nilai $f(4) = 0$

Cara substitusi :

$$\begin{aligned}f(4) &= 2(4)^4 - 9(4)^3 + 5(4)^2 - 3(4) - 4 \\&= 256 - 576 + 80 - 12 - 4 \\&= 0\end{aligned}$$

Karena $f(4) = 0$, maka $(x - 4)$ adalah faktor dari $2x^4 - 9x^3 + 5x^2 - 3x - 4$

Contoh 2

Tentukan nilai a , jika $f(x) = x^3 + ax^2 - 11x + 30$ mempunyai faktor $(x + 3)$

Jawab :

$f(x) = x^3 + ax^2 - 11x + 30$ mempunyai faktor $(x + 3)$, syaratnya $f(-3) = 0$

$$f(-3) = (-3)^3 + a(-3)^2 - 11(-3) + 30$$

$$\begin{aligned}0 &= -27 + 9a + 33 + 30 \\-36 &= 9a\end{aligned}$$

$$a = -4$$

Jadi $f(x) = x^3 + ax^2 - 11x + 30$ mempunyai faktor $(x + 3)$ untuk nilai $a = -4$

Menentukan faktor-faktor dari polinom

Untuk menentukan faktor – faktor sukubanyak dapat ditentukan dengan menggunakan langkah – langkah sebagai berikut:

langkah 1

Jika $(x - k)$ adalah faktor dari sukubanyak $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$ maka nilai – nilai k yang mungkin adalah faktor – faktor bulat dari a_0 .

Langkah 2

Dengan cara coba – coba, substitusi nilai $x = k$ sehingga diperoleh $f(x) = 0$ atau dapat menggunakan carra Horner dengan sisa = 0. Jika demikian maka $(x - k)$ adalah faktor dari $f(x)$. Akan tetapi jika $f(k) \neq 0$ maka $(x - k)$ bukan faktor dari $f(x)$.

Langkah 3

Setelah diperoleh sebuah faktor $(x - k)$, faktor – faktor yang lain dapat ditentukan dari sukubanyak hasil bagi $f(x)$ oleh $(x - k)$.

Contoh 3

Tentukan faktor – faktor linier dari sukubanyak $f(x) = x^4 + 4x^3 - 36x^2 - 16x + 128$

Jawab :

$$f(x) = x^4 + 4x^3 - 36x^2 - 16x + 128, \text{ suku tetapan } a_0 = 128$$

Nilai k yang mungkin adalah faktor – faktor bulat dari $a_0 = 128$ yaitu $\pm 1, \pm 2, \pm 4, \pm 8$.

Dengan mencoba satu persatu bilangan diatas, maka kita tentukan sisa pembagaian 0, untuk $k = \pm 2$ dan ± 4

2	1	4	-36	-16	128
		2	12	-48	128
	1	6	-24	-64	0
-2		-2	-8	64	
	1	4	-32	0	

$$x^2 + 4x - 32 = 0 \Leftrightarrow (x + 8)(x - 4) = 0.$$

Jadi, faktor – faktor dari suku banyak $f(x) = x^4 + 4x^3 - 36x^2 - 16x + 128$ adalah $(x - 2), (x + 2), (x + 8), (x - 4)$

Latihan Soal Teorema Faktor:

1. Dengan menggunakan teorema faktor tunjukkan bahwa:
 $(x + 5)$ adalah faktor dari $4x^4 + 8x^3 - 15x^2 + 45x - 900$

Jawab: $x + 5 = 0 \rightarrow x = \dots$

.....				
.....				
.....				

Sisa pembagian:

Jadi, $(x+5)$ adalah(factor/bukan factor) dari $4x^4 + 8x^3 - 15x^2 + 45x - 900$

2. Tentukan nilai a sehingga $x^4 + 4x^3 - ax^2 + 4x + 1$ mempunyai faktor $x + 1$
 Jawab:

$f(x) = x^4 + 4x^3 - ax^2 + 4x + 1$ mempunyai faktor $(x + 1)$, syaratnya $f(\dots) = 0$

$$f(\dots) = (\dots)^4 + 4(\dots)^3 - a(\dots)^2 + 4(\dots) + 1$$

$$\Leftrightarrow 0 = \dots + \dots + \dots + \dots$$

$$\Leftrightarrow \dots = \dots a$$

$$\Leftrightarrow a = \dots$$

Jadi $f(x) = x^4 + 4x^3 - ax^2 + 4x + 1$ mempunyai faktor $(x + 1)$ untuk nilai $a = \dots$

3. Tentukan faktor – faktor linier yang mungkin dari suku banyak berikut ini
 $2x^4 - 7x^3 - 2x^2 + 13x - 6$

Jawab: suku tetap dari $2x^4 - 7x^3 - 2x^2 + 13x - 6$ adalah

Nilai k yang mungkin adalah faktor – faktor bulat dari $a_0 = -6$ yaitu $\pm \dots, \pm \dots, \pm \dots, \pm \dots$

.....				
.....				
.....				

Jadi, factor linier yang mungkin dari suku banyak $2x^4 - 7x^3 - 2x^2 + 13x - 6$ adalah