

I. TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Xét $f(x)$ là một hàm số tùy ý, $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên khoảng K . Hàm số nào sau đây **không phải** là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K ?

- A. $F(x)+1$ B. $F(x)-3$ C. $F(x)+x$ D. $F(x)+4$

Câu 2: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^3$ là

- A. $4x^4+C$. B. $\frac{1}{4}x^4+C$. C. x^4+C . D. $3x^2+C$.

Câu 3: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos x$ là

- A. $\sin x+C$. B. $-\sin x+C$. C. $\cos x+C$. D. $-\cos x+C$.

Câu 4: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, k là hằng số. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. $\int kf(x)dx = k + \int f(x)dx$ B. $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx$
C. $\int kf(x)dx = \frac{1}{k} \int f(x)dx$. D. $\int kf(x)dx = k - \int f(x)dx$.

Câu 5: Xét các hàm số $f(x), g(x)$ tùy ý và liên tục trên khoảng K . Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. $\int (f(x)-g(x))dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$. B. $\int (f(x)-g(x))dx = \int g(x)dx - \int f(x)dx$.
C. $\int (f(x)-g(x))dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx$ D. $\int (f(x)-g(x))dx = \int f(x)dx \cdot \int g(x)dx$

Câu 6: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=2^x$ là

- A. 2^x+C . B. $2^x \ln 2 + C$. C. $\frac{2^x}{2} + C$. D. $\frac{2^x}{\ln 2} + C$.

Câu 7: Biết $\int f(u)du = F(u) + C$. Với mọi số thực $a \neq 0$, mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. $\int f(b-ax)dx = aF(b-ax) + C$. B. $\int f(b-ax)dx = F(b-ax) + C$.
C. $\int f(b-ax)dx = \frac{1}{a}F(b-ax) + C$. D. $\int f(b-ax)dx = -\frac{1}{a}F(b-ax) + C$.

Câu 8: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. $\int_a^b f(x)dx = f'(a) - f'(b)$. B. $\int_a^b f(x)dx = f'(b) - f'(a)$.
C. $\int_a^b f'(x)dx = f(b) - f(a)$. D. $\int_a^b f'(x)dx = f(a) - f(b)$.

Câu 9: $\int_1^{e^{2020}} \frac{1}{x} dx$ bằng

A. 2020.

B. 2019.

C. 2021.

D. 2018.

Câu 10: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, Ox và hai đường thẳng $x = a, x = b$ quanh trục Ox được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $V = \pi \int_a^b f(x) dx$. B. $V = \int_a^b f^2(x) dx$. C. $V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$. D. $V = \int_a^b |f(x)| dx$.

Câu 11: Biết $\int_{-1}^3 f(x) dx = 4$ và $\int_{-1}^3 g(x) dx = -6$. Khi đó $\int_{-1}^3 [f(x) + g(x)] dx$ bằng

A. 2.

B. -10.

C. 10.

D. -2.

Câu 12: Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. $\int_a^b k f(x) dx = k \int_a^b f(x) dx$. B. $\int_a^b [f(x) + g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$.
C. $\int_a^b [f(x) - g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx - \int_a^b g(x) dx$. D. $\int_a^b f(x) \cdot g(x) dx = \int_a^b f(x) dx \cdot \int_a^b g(x) dx$.

Câu 13: Biết $\int_0^2 f(x) dx = -3$. Khi đó $\int_0^2 [4 + f(x)] dx$ bằng

A. 11.

B. 5.

C. 1.

D. -12.

Câu 14: Biết $\int_1^3 f(x) dx = 4$ và $\int_1^5 f(x) dx = -2$. Khi đó $\int_3^5 f(x) dx$ bằng

A. -6.

B. 6.

C. 2.

D. -2.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OM} = \vec{i} + 3\vec{j} - 4\vec{k}$. Tọa độ của điểm M là

A. $(1; -3; -4)$.

B. $(-1; 3; -4)$.

C. $(1; 3; -4)$.

D. $(-1; -3; 4)$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, cho $M(3; -1; 2)$. Hình chiếu vuông góc của M trên Oz là điểm nào dưới đây?

A. $N(0; -1; 0)$.

B. $P(0; 0; 2)$.

C. $Q(3; 0; 0)$.

D. $K(3; -1; 0)$.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 2 = 0$. Tọa độ tâm I và bán kính R của (S) là

A. $I(1; -2; 3), R = 4$.

B. $I(-1; 2; -3), R = 4$.

C. $I(1; -2; 3), R = 2\sqrt{3}$.

D. $I(-1; 2; -3), R = 2\sqrt{3}$.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 3z - 5 = 0$ nhận vectơ nào sau đây làm một vectơ pháp tuyến?

A. $\vec{n} = (2; 1; -3)$.

B. $\vec{u} = (-2; 1; 3)$.

C. $\vec{v} = (4; -2; 6)$.

D. $\vec{a} = (-4; 2; 6)$.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x-3y+2z+1=0$. Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với (α) ?

A. $(P): 4x+2y+1=0$.

B. $(Q): 2x+4z+5=0$.

C. $(R): 4x+2z+1=0$.

D. $(S): 2x+4y+5z-1=0$.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua ba điểm $A(1;0;0), B(0;-2;0), C(0;0;3)$ có phương trình là

A. $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = -1$.

B. $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 1$.

C. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$.

D. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = -1$.

Câu 21: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 4x$ là

A. $-4 \sin 4x + C$.

B. $\sin 4x + C$.

C. $\frac{1}{4} \sin 4x + C$.

D. $-\frac{1}{4} \sin 4x + C$.

Câu 22: Biết hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x$ và thỏa $F(\pi) = 3$. Giá trị của $F\left(\frac{\pi}{2}\right)$ bằng

A. 2.

B. 0.

C. 4.

D. -1.

Câu 23: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2 + \frac{1}{\cos^2 x}$ là

A. $2 + \tan x + C$

B. $2x - \tan x + C$

C. $2x + \tan x + C$

D. $2 - \tan x + C$

Câu 24: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4x - e^x + \frac{1}{\sin^2 x}$ là

A. $4x^2 - e^x + \cot x + C$.

B. $4x^2 - e^x - \cot x + C$.

C. $2x^2 - e^x + \cot x + C$.

D. $2x^2 - e^x - \cot x + C$.

Câu 25: Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $\int xe^x dx = xe^x + \int e^x dx$.

B. $\int xe^x dx = xe^x - \int e^x dx$.

C. $\int xe^x dx = e^x + \int e^x dx$.

D. $\int xe^x dx = e^x - \int e^x dx$.

Câu 26: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $[1;3]$ và thỏa $f(1) = -2, \int_1^3 f'(x) dx = 5$. Tính $f(3)$.

A. $f(3) = -10$.

B. $f(3) = -7$.

C. $f(3) = 7$.

D. $f(3) = 3$.

Câu 27: Biết $F(x) = e^x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_0^1 [4 - f(x)] dx$ bằng

A. $5 - e$.

B. $3 - e$.

C. $4 - e$.

D. $2 - e$.

Câu 28: Biết $\int_{-2}^4 f(x) dx = 3$ và $\int_1^{-2} f(x) dx = 1$. Giá trị của $\int_1^4 2f(x) dx$ bằng

A. -4.

B. 4.

C. 8.

D. -8.

Câu 29: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_1^7 f(x)dx = 9$. Giá trị của $\int_{-2}^0 f(1-3x)dx$ bằng

A. 3. B. -3. C. 27. D. -27.

Câu 30: Cho $I = \int_0^2 x(x-1)^6 dx$. Đặt $t = x-1$, mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $I = \int_{-1}^1 (t^5 - t^6) dt$. B. $I = \int_{-1}^1 (t^5 + t^6) dt$. C. $I = \int_{-1}^1 (t^6 - t^7) dt$. D. $I = \int_{-1}^1 (t^6 + t^7) dt$.

Câu 31: Giá trị của $\int_0^{\pi/2} x \cos x dx$ bằng

A. $\pi/2 + 2$. B. $\pi/2 + 1$. C. $\pi/2 - 1$. D. $\pi/2 - 2$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;-1;0)$, $B(3;0;2)$, $C(-1;1;3)$. Tọa độ điểm M thỏa $\overline{AM} - 2\overline{AB} = \overline{AC}$ là

A. $(3;-3;7)$. B. $(3;3;7)$. C. $(3;3;-7)$. D. $(-3;3;7)$.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(2;1;-1)$, $B(0;-1;3)$. Mặt cầu tâm A và đi qua B có phương trình là

A. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 24$. B. $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 24$.
C. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 6$. D. $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 6$.

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;0;1)$, $B(1;-1;2)$ và $C(0;4;3)$. Mặt phẳng đi qua trọng tâm của $\triangle ABC$ và vuông góc với đường thẳng BC có phương trình là

A. $y + 2z - 7 = 0$. B. $y + 2z + 7 = 0$. C. $-x + 5y + z - 7 = 0$. D. $-x + 5y + z + 7 = 0$.

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(1;2;-3)$ đến mặt phẳng $x - 2y + 2z - 9 = 0$ bằng

A. 6. B. 3. C. 5. D. 4.

II. TỰ LUẬN

Câu 36: (1,0 điểm) Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x(x^2 - 1)^5$.

Câu 37: (1,0 điểm) Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(3;-2;3)$, $B(1;0;0)$, $C(0;-2;0)$ và $D(0;2;2)$. Tính thể tích của khối cầu (S) có tâm A và cắt mặt phẳng (BCD) theo thiết diện là hình tròn có bán kính $r = 3$.

Câu 38: (0,5 điểm) Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $2f(x) + f'(x) = e^{-x} + 2$, $\forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = 1$. Tính $f(\ln 2)$.

Câu 39: (0,5 điểm) Tính $\int_1^e \frac{x^2 + x(1 + \ln x) + 1}{x^2 + x \ln x} dx$.