

LEMBAR KEGIATAN PESERTA DIDIK

INVERS MATRIKS BERORDO 2X2 MATA PELAJARAN MATEMATIKA WAJIB (A) KELAS XI SMA NEGERI 1 TEMPEL

Penyusun: Brigita Wahyu Minarni, S.Pd.



Nama anggota kelompok:

1. 3.
2. 4.



Kompetensi Dasar

- 3.3 Menganalisis sifat-sifat determinan dan invers matriks berordo 2×2 dan penerapan dalam transformasi (dan komposisi transformasi) geometris.
4.3 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan determinan dan invers matriks berordo 2×2 dan penerapan dalam transformasi (dan komposisi transformasi) geometris.



Indikator Pencapaian Kompetensi


- 3.3.1. Mengidentifikasi keterkaitan determinan dengan invers matriks pada matriks berordo 2×2 ;
3.3.2. Menentukan invers matriks berordo 2×2 ;
3.3.3. Menganalisis sifat-sifat invers matriks berordo 2×2 ;
4.3.1. Menggunakan prosedur untuk menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan matriks determinan dan invers matriks berordo 2×2 ;
4.3.3. Menentukan penyelesaian masalah yang berkaitan dengan invers matriks berordo 2×2 ;



Tujuan Pembelajaran

Melalui kegiatan pembelajaran menggunakan Problem Based Learning (PBL) setelah berdiskusi dan menyelesaikan LKPD dengan bimbingan guru, peserta didik diharapkan mampu : mengidentifikasi keterkaitan determinan dengan invers matriks pada matriks berordo 2×2 dengan cermat; menganalisis sifat-sifat invers matriks berordo 2×2 dengan cermat; menggunakan prosedur untuk menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan matriks determinan dan invers matriks berordo 2×2 dengan tepat; menentukan penyelesaian masalah yang berkaitan dengan invers matriks berordo 2×2 dengan tepat; serta menyadari kebaikan Tuhan Yang Maha Esa atas segala solusi yang disediakan pada setiap permasalahan di dunia ini.

Petunjuk :

- Bacalah dengan teliti setiap kalimat.
- Diskusikan dengan teman - teman sekelompok, jika kelompokmu menemukan masalah yang tidak bisa diselesaikan, bertanyalah pada guru.
- Isikan titik-titik pada LKPD berikut (ada kode simbol )



APERSEPSI



Ananda sekalian, pada pertemuan sebelumnya kalian telah mempelajari determinan matriks berordo 2×2 beserta aplikasinya dalam menyelesaikan masalah kontekstual.

Kalian juga sudah memperoleh sumber belajar terkait determinan matriks dan invers matriks ordo 2×2 di Google Classroom. Pasti kamu telah memahami rumus untuk mencari Invers matriks ordo 2×2 (sudah sempat disinggung di pertemuan sebelumnya).

Pada LKPD ini kamu akan menyelesaikan masalah yang disajikan dalam soal cerita dan selesaikan dengan teman kelompokmu.

Berikutnya nanti kalian akan memahami sifat-sifat invers matriks melalui diskusi kelompok. Selamat belajar !

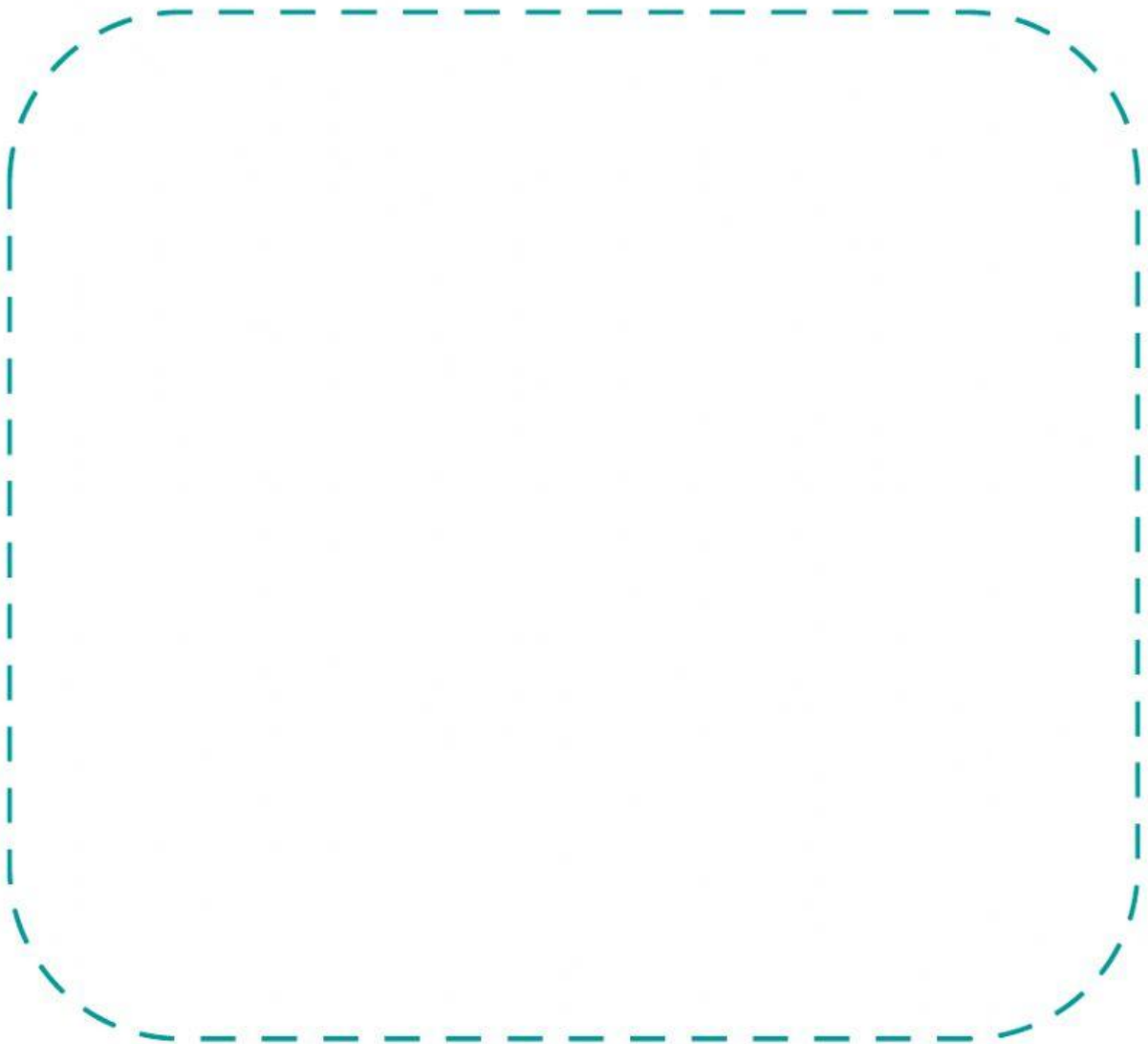


APAKAH INVERS MATRIKS

Invers matriks A adalah sebuah matriks baru yang merupakan kebalikan dari matriks A dan apabila dikalikan antara matriks A dengan kebalikannya akan menghasilkan matriks Identitas. Invers matriks A dinotasikan dengan A^{-1}


$$A \cdot A^{-1} = I$$

Mari simak video berikut ini!



Jika terdapat matriks A berordo 2x2 dan matriks A **bukan** matriks singular

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

Maka invers matriks A adalah :

$$\begin{aligned} A^{-1} &= \frac{1}{|A|} \cdot \text{Adj } A \\ &= \frac{1}{\dots - \dots} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Matriks singular adalah matriks yang memiliki nilai determinan nol

Cermati Permasalahan-permasalahan berikut ini!

Kemudian diskusikan dengan kelompokmu untuk melengkapi titik-titik pada setiap permasalahan berikut!

1

Tentukan invers matriks B apabila $B = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 7 & 2 \end{bmatrix}$!

$$\begin{aligned} \text{Jawab: } B^{-1} &= \frac{1}{|B|} \cdot \text{Adj } B \\ &= \frac{1}{4 \cdot 2 - 7 \cdot 1} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -7 & 4 \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{1} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -7 & 4 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -7 & 4 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Cermati!



2

Diketahui matriks $A = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$.

Diskusikan dan lengkapi!

Tentukan:

a. A^{-1}

b. $(A^{-1})^{-1}$

Jawab:

a. $A^{-1} = \frac{1}{\dots - \dots} \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$

b. $(A^{-1})^{-1} = \frac{1}{\dots - \dots} \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$

$= \frac{1}{\dots} \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$

$= \frac{1}{\dots} \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$

3

Perlihatkan bila $A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = I$ apabila $A = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$!

Jawab:

$A \cdot A^{-1} = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$

$A^{-1} \cdot A = \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$

4

Dengan memanfaatkan informasi jawaban nomor soal 1 dan 2, tentukan :
Tentukan:

a. $(AB)^{-1}$

b. $A^{-1} \cdot B^{-1}$

Jawab:

$(A \cdot B)^{-1} = \left(\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 7 & 2 \end{bmatrix} \right)^{-1}$

$A^{-1} \cdot B^{-1} = \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -7 & 4 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}^{-1}$

$= \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$



Arman membeli 5 pensil dan 3 penghapus, sedangkan Susi membeli 4 pensil dan 2 penghapus di toko yang sama. Di kasir, Arman membayar Rp 11.500,00 sedangkan Susi membayar Rp 9.000,00. Jika Dodi membeli 6 pensil dan 5 penghapus, berapa ia harus membayar? (Selesaikan permasalahan tersebut menggunakan invers matriks!)

Jawab:

Misal : x = harga 1 pensil

y = harga 1 penghapus

diperoleh persamaan :

$$5x + 3y = 11.500$$

$$4x + 2y = 9.000$$

Maka model matriksnya adalah :

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}}_A \underbrace{\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}}_B = \underbrace{\begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}}_C$$

Pada model matriks tersebut,

untuk menentukan matriks B dapat dituliskan :

$$A \cdot B = C$$

$$A^{-1} \cdot A \cdot B = A^{-1} \cdot C$$

(perkalian A^{-1} dari kiri)

$$I \cdot B = A^{-1} \cdot C$$

(hasil kali $A \cdot A^{-1}$)

$$B = A^{-1} \cdot C$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{\dots - \dots} \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$$

∴ Kesimpulan : Harga 6 pensil adalah ... , harga 5 penghapus adalah ...

Oleh sebab itu Dodi harus membayar

Kesimpulan:

1. Misalkan matriks A berordo $n \times n$ dengan $n \in \mathbb{N}$, dan determinan A tidak sama dengan nol, jika A^{-1} adalah invers dari A, maka $(A^{-1})^{-1} = \dots$
2. Misalkan matriks A dan B berordo $n \times n$ dengan $n \in \mathbb{N}$, dan determinan A dan B tidak sama dengan nol, jika A^{-1} dan B^{-1} adalah invers dari matriks A dan B, maka $(AB)^{-1} \dots B^{-1}A^{-1}$
3. Misalkan matriks A dan B berordo $n \times n$,
Pada persamaan : $AX = B$ maka berlaku $X = A^{-1}B$
 $XA = B$ maka berlaku $X = BA^{-1}$



Mari Berlatih!



1 Pilihlah matriks yang tidak memiliki determinan!

A. $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$

B. $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$

C. $\begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$

D. $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}$

E. $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -6 \end{bmatrix}$

Alasan matriks tersebut tidak memiliki invers adalah ...

2 Jodohkan matriks-matriks berikut ini dengan inversnya!

$$\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -3 & -1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 7 & 2 \\ -6 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$$

$$-\frac{1}{2} \begin{bmatrix} -2 & -2 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & \frac{4}{3} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -3 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$$

3 Tentukan matriks X berordo 2x2 yang memenuhi persamaan $X \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 & -4 \\ -21 & -10 \end{bmatrix}$

Jawab: Matriks X = $\begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix}$