

LKPD KOMPOSISI TRANSFORMASI GEOMETRI

1. Persegi ABCD dengan koordinat titik A(-13,2), B(-9,2), C(-9,6) dan D(-13,6) ditranslasikan oleh $T_1(6,-2)$ kemudian dilanjutkan dengan translasi $T_2(7,-3)$. Tentukan bayangan dari persegi ABCD!

Penyelesaian:

Titik A(-13,2), B(-9,2), C() dan D(-13,6)

$$T_1 = \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \end{pmatrix}; T_2 = \begin{pmatrix} 7 \\ -3 \end{pmatrix}$$

Transformasi berikut jika dinyatakan dalam bentuk matriks sebagai berikut:

$$(x,y) \xrightarrow{T_2 \circ T_1} (x',y')$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = T_2 + T_1 + \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 \\ -5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Menentukan bayangan titik pada persegi ABCD

$$A(-13,2) \xrightarrow{T_2 \circ T_1} A'(x',y')$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 \\ -5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -13 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$A'(\quad)$$

$$B(-9,2) \xrightarrow{T_2 \circ T_1} B'(x',y')$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 \\ -5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -9 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$B'(\quad)$$

$$C(-9,6) \xrightarrow{T_2 \circ T_1} C'(x',y')$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 \\ -5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -9 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$C'(\quad)$$

$$D(-13,6) \xrightarrow{T_2 \circ T_1} D'(x',y')$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 \\ -5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -13 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$D'(\quad)$$

Jadi, bayangan dari persegi ABCD setelah ditransformasikan adalah $A'(\quad)$, $B'(\quad)$, $C'(\quad)$ dan $D'(\quad)$

2. Lingkaran A memiliki persamaan $(x-5)^2 + (y+4)^2 = 9$. Lingkaran tersebut direfleksikan terhadap garis $y=x$ kemudian akan direfleksikan kembali dengan sumbu y . Tentukan persamaan bayangan lingkaran tersebut!

Penyelesaian:

$(x-5)^2 + (y+4)^2 = 9$, dengan titik pusat (5,-4) dan jari-jari 3

C_1 = direfleksikan terhadap garis $y=x$

C_2 = direfleksikan lagi dengan sumbu y .

Transformasi berikut jika dinyatakan pada bentuk matriks adalah sebagai berikut:

$$(x,y) \xrightarrow{C_2 \circ C_1} (x',y')$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}$$

Dengan kesamaan matriks diperoleh $y = -x'$ dan $x = y'$ sehingga persamaan bayangan lingkaran menjadi

$$(x-5)^2 + (y+4)^2 = 9$$

$$\left(\quad\right)^2 + (-x+4)^2 = 9$$

$$(x-4)^2 + \left(\quad\right)^2 = 9$$

Jadi, bayangan dari lingkaran tersebut adalah $(x-4)^2 + \left(\quad\right)^2 = 9$ dengan titik pusat $\left(\quad\right)$ dan jari-jari 3

3. Diketahui segitiga siku-siku ABC dengan koordinat titik A(2,3), B(6,3), dan C(6,2). Jika R_1 adalah rotasi sejauh 90° berlawanan arah jarum jam dengan pusat O(0,0), dan R_2 adalah rotasi sejauh 180° berlawanan arah jarum jam dengan pusat O(0,0). Tentukan posisi segitiga ABC oleh komposisi rotasi $R_2 \circ R_1$.

Penyelesaian:

Diketahui segitiga siku-siku ABC dengan titik A(2,3), B(6,3), dan C(6,2).

R_1 = rotasi sejauh 90° berlawanan arah jarum jam dengan pusat O(0,0)

R_2 = R_2 adalah rotasi sejauh 180° berlawanan arah jarum jam dengan pusat O(0,0)

Transformasi berikut apabila dibuat dalam bentuk matriks akan berbentuk sebagai berikut:

$$(x,y) \xrightarrow{R_2 \circ R_1} (x',y')$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\alpha + \beta) & -\sin(\alpha + \beta) \\ \sin(\alpha + \beta) & \cos(\alpha + \beta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(90 + 180) & -\sin(90 + 180) \\ \sin(90 + 180) & \cos(90 + 180) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos 270 & \sin 270 \\ \sin 270 & \cos 270 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Menentukan bayangan titik-titik pada segitiga ABC

$$A(2,3) \xrightarrow{R_2 \circ R_1} A'(x',y')$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$B(6,3) \xrightarrow{R_2 \circ R_1} B'(x',y')$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}$$

$$C(6,2) \xrightarrow{R_2 \circ R_1} C'(x',y')$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -6 \end{pmatrix}$$

Jadi, bayangan dari segitiga ABC adalah $A'(3,-2)$, $B'(\quad)$, $C'(\quad)$

4. Jika D_1 adalah dilatasi dengan faktor skala 2 pada pusat $O(0, 0)$, D_2 adalah dilatasi dengan faktor skala 4 pada pusat $P(-1,1)$. Tentukan posisi objek oleh komposisi dilatasi jika titik $C(-1,2)$ didilatasi dengan $D_2 \circ D_1$.

Penyelesaian:

D_1 = dilatasi dengan faktor skala 2 pada pusat $O(0, 0)$

D_2 = dilatasi dengan faktor skala 4 pada pusat $P(-1,1)$

Transformasi berikut apabila dibuat dalam bentuk matriks akan berbentuk sebagai berikut:

$$(x,y) \xrightarrow{D_2 \circ D_1} (x',y')$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = D_2 \circ D_1 \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & \\ & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = D_2 \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = 4 \begin{pmatrix} 2x + 1 \\ 2y - 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8x - 4 \\ 8y - 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8x + 3 \\ 8y - 3 \end{pmatrix}$$

Menentukan bayangan titik C

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8x + 3 \\ 8y - 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8(-1) + 3 \\ 8(2) - 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}$$

Jadi, bayangan dari titik C adalah $C'(\quad)$