

DẠNG 1. TÍNH TOÁN VỀ LOGARIT

Câu 1: Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_2 a = x, \log_2 b = y$. Tính $P = \log_2 (a^2 b^3)$.

- A. $P = x^2 y^3$ B. $P = x^2 + y^3$ C. $P = 6xy$ D. $P = 2x + 3y$

Câu 2: Cho $a, b > 0$ và $a, b \neq 1$, biểu thức $P = \log_{\sqrt{a}} b^3 \cdot \log_b a^4$ có giá trị bằng bao nhiêu?

- A. 18. B. 24. C. 12. D. 6.

Câu 3: Cho b là số thực dương khác 1. Tính $P = \log_b \left(b^2 \cdot b^{\frac{1}{2}} \right)$.

- A. $P = \frac{3}{2}$. B. $P = 1$. C. $P = \frac{5}{2}$. D. $P = \frac{1}{4}$.

Câu 4: Cho $a > 0, a \neq 1$. Biểu thức $a^{\log_a a^2}$ bằng

- A. $2a$. B. 2. C. 2^a . D. a^2 .

Câu 5: Giá trị biểu thức $A = 2^{\log_4 9 + \log_2 5}$ là:

- A. $A = 8$. B. $A = 15$. C. $A = 405$. D. $A = 86$.

Câu 6: Cho $a > 0, a \neq 1$. Tính giá trị của biểu thức $P = \log_{\sqrt[3]{a}} \left(\frac{1}{a^3} \right)$

- A. $P = -9$. B. $P = -1$. C. $P = 1$. D. $P = 9$

Câu 7: Cho a là số thực dương khác 2. Tính $I = \log_{\frac{a}{2}} \left(\frac{a^2}{4} \right)$.

- A. $I = \frac{1}{2}$. B. $I = -\frac{1}{2}$. C. $I = 2$. D. $I = -2$.

Câu 8: Cho a là số thực dương và b là số thực khác 0. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

- A. $\log_3 \left(\frac{3a^3}{b^2} \right) = 1 + \frac{1}{3} \log_3 a - 2 \log_3 |b|$. B. $\log_3 \left(\frac{3a^3}{b^2} \right) = 1 + 3 \log_3 a - 2 \log_3 b$.
C. $\log_3 \left(\frac{3a^3}{b^2} \right) = 1 + 3 \log_3 a - 2 \log_3 |b|$. D. $\log_3 \left(\frac{3a^3}{b^2} \right) = 1 + 3 \log_3 a + 2 \log_3 b$.

Câu 9: Cho $\log 3 = a$. Tính $\log 9000$ theo a .

- A. $6a$. B. $a^2 + 3$. C. $3a^2$. D. $2a + 3$.

Câu 10: Cho $\log_6 9 = a$. Tính $\log_3 2$ theo a

A. $\frac{a}{2-a}$. B. $\frac{a+2}{a}$. C. $\frac{a-2}{a}$. D. $\frac{2-a}{a}$.

Câu 11: Cho $a, b > 0$. Rút gọn biểu thức $\log_a b^2 + \log_{a^2} b^4$

A. $2\log_a b$ B. 0 C. $\log_a b$ D. $4\log_a b$

Câu 12: Cho $\log_a x = 2$, $\log_b x = 3$ với a, b là các số thực lớn hơn 1. Tính $P = \log_{\frac{a}{b^2}} x$.

A. 6. B. -6. C. $\frac{1}{6}$. D. $-\frac{1}{6}$.

Câu 13: Đặt $a = \log_2 3$ và $b = \log_5 3$. Hãy biểu diễn $\log_6 45$ theo a và b .

A. $\log_6 45 = \frac{a+2ab}{ab+b}$. B. $\log_6 45 = \frac{2a^2-2ab}{ab}$.

C. $\log_6 45 = \frac{a+2ab}{ab}$. D. $\log_6 45 = \frac{2a^2-2ab}{ab+b}$.

Câu 14: Cho 2 số thực dương a, b thỏa mãn $\sqrt{a} \neq b$, $a \neq 1$, $\log_a b = 2$. Tính $T = \log_{\frac{\sqrt{a}}{b}} \sqrt[3]{ba}$.

A. $T = -\frac{2}{5}$. B. $T = \frac{2}{5}$. C. $T = \frac{2}{3}$. D. $T = -\frac{2}{3}$.

Câu 15: Với $a = \log_2 5$ và $b = \log_3 5$, giá trị của $\log_6 5$ bằng

A. $\frac{ab}{a+b}$. B. $\frac{a+b}{ab}$. C. $\frac{1}{a+b}$. D. $a+b$.

Câu 16: Biết $\log(xy^3) = 1$ và $\log(x^2y) = 1$, tìm $\log(xy)$?

A. $\log(xy) = \frac{5}{3}$. B. $\log(xy) = \frac{1}{2}$. C. $\log(xy) = \frac{3}{5}$. D. $\log(xy) = 1$.

Câu 17: Tính giá trị của biểu thức $P = \log_{a^2} (a^{10}b^2) + \log_{\sqrt{a}} \left(\frac{a}{\sqrt{b}} \right) + \log_{\sqrt[3]{b}} b^{-2}$ (với $0 < a \neq 1; 0 < b \neq 1$).

A. $P = 2$. B. $P = 1$. C. $P = \sqrt{3}$. D. $P = \sqrt{2}$.

Câu 18: Biết $\log_{27} 5 = a$, $\log_8 7 = b$, $\log_2 3 = c$ thì $\log_{12} 35$ tính theo a, b, c bằng:

A. $\frac{3(b+ac)}{c+2}$. B. $\frac{3b+2ac}{c+1}$. C. $\frac{3b+2ac}{c+2}$. D. $\frac{3(b+ac)}{c+1}$.

DẠNG 2. SO SÁNH HAI SỐ LOGARIT

Câu 19: Số nào trong các số sau lớn hơn 1

A. $\log_{0,5} \frac{1}{8}$. B. $\log_{0,2} 125$. C. $\log_{\frac{1}{6}} 36$. D. $\log_{0,5} \frac{1}{2}$.

Câu 20: Giả sử x, y là các số thực dương. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $\log_2 xy = \log_2 x + \log_2 y$

B. $\log_2 \sqrt{xy} = \frac{1}{2}(\log_2 x + \log_2 y)$

C. $\log_2 \frac{x}{y} = \log_2 x - \log_2 y$

D. $\log_2 (x + y) = \log_2 x + \log_2 y$

Câu 21: Cho a, b là các số thực, thỏa mãn $0 < a < 1 < b$, khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\log_b a + \log_a b < 0$.

B. $\log_b a > 1$.

C. $\log_a b > 0$.

D. $\log_a b + \log_b a \geq 2$.

Câu 22: Cho hai số thực dương a và b , với $a \neq 1$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

A. $\log_{a^2} (ab) = 2 + 2\log_a b$.

B. $\log_{a^2} (ab) = \frac{1}{2}\log_a b$.

C. $\log_{a^2} (ab) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\log_a b$.

D. $\log_{a^2} (ab) = \frac{1}{4}\log_a b$.

Câu 23: Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $a \neq 1, b \neq 1$. Điều kiện nào sau đây cho biết $\log_a b > 0$?

A. $ab > 1$

B. $(a-1)(b-1) > 0$

C. $b < 1$

D. $ab < 1$

Câu 24: Cho các số thực a, b thỏa mãn $1 < a < b$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\frac{1}{\log_a b} < 1 < \frac{1}{\log_b a}$.

B. $\frac{1}{\log_b a} < 1 < \frac{1}{\log_a b}$.

C. $1 < \frac{1}{\log_a b} < \frac{1}{\log_b a}$.

D. $\frac{1}{\log_a b} < \frac{1}{\log_b a} < 1$.

Câu 25: Cho $0 < a < b < 1$, mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $\log_b a > \log_a b$.

B. $\log_b a < \log_a b$.

C. $\log_a b > 1$.

D. $\log_a b < 0$.

Câu 26: Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\ln(ab) = \ln a + \ln b$.

B. $\ln \frac{a}{b} = \ln b - \ln a$.

C. $\ln(ab) = \ln a \cdot \ln b$.

D. $\ln \frac{a}{b} = \frac{\ln a}{\ln b}$.

Câu 27: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\log_3 5 > 0$.

B. $\log_{2+x^2} 2016 < \log_{2+x^2} 2017$.

C. $\log_{0,3} 0,8 < 0$.

D. $\log_3 4 > \log_4 \left(\frac{1}{3}\right)$.

Câu 28: Cho các số thực dương a, b với $a \neq 1$ và $\log_a b > 0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\begin{cases} 0 < a, b < 1 \\ 0 < a < 1 < b \end{cases}$.

B. $\begin{cases} 0 < a, b < 1 \\ 1 < a, b \end{cases}$.

C. $\begin{cases} 0 < b < 1 < a \\ 1 < a, b \end{cases}$.

D. $\begin{cases} 0 < a, b < 1 \\ 0 < b < 1 < a \end{cases}$.

Câu 29: Cho các số thực dương a, b, c khác 1. Chọn mệnh đề sai trong các mệnh đề sau đây.

A. $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$.

B. $\log_a b = \frac{\log_c a}{\log_c b}$.

C. $\log_a (bc) = \log_a b + \log_a c$.

D. $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$.

Câu 30: Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

A. $\log_3 \pi = 1$.

B. $\ln 3 < \log_3 e$.

C. $\log_3 5 > \log_7 4$.

D. $\log_{\frac{1}{2}} 2 > 0$.

Câu 31: Cho a, b là các số thực thỏa mãn $0 < a < b < 1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\log_b a < 0$.

B. $m = 3$.

C. $m = -2$.

D. $\log_a b > 1$.

Câu 32: Cho hai số thực a, b thỏa mãn điều kiện $0 < a < b < 1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $1 < \log_a b < \log_b a$.

B. $\log_a b < 1 < \log_b a$.

C. $1 < \log_b a < \log_a b$.

D. $\log_b a < 1 < \log_a b$.

Câu 33: Giả sử ta có hệ thức $a^2 + b^2 = 7ab$ ($a, b > 0$). Hệ thức nào sau đây là đúng?

A. $2\log_2(a+b) = \log_2 a + \log_2 b$.

B. $2\log_2 \frac{a+b}{3} = \log_2 a + \log_2 b$.

C. $\log_2 \frac{a+b}{3} = 2(\log_2 a + \log_2 b)$.

D. $4\log_2 \frac{a+b}{6} = \log_2 a + \log_2 b$.

Câu 34: Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $a^2 + b^2 = 14ab$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $\ln \frac{a+b}{4} = \frac{\ln a + \ln b}{2}$.

B. $2\log_2(a+b) = 4 + \log_2 a + \log_2 b$.

C. $2\log_4(a+b) = 4 + \log_2 a + \log_2 b$.

D. $2\log \frac{a+b}{4} = \log a + \log b$.

Câu 35: Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $3\log a + 2\log b = 1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a^3 + b^2 = 1$.

B. $3a + 2b = 10$.

C. $a^3 b^2 = 10$.

D. $a^3 + b^2 = 10$.

Câu 36: Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. Nếu $0 < a < b$ thì $\log_{\frac{e}{2}} a < \log_{\frac{e}{2}} b$.

B. Nếu $0 < a < b$ thì $\log a < \log b$.

C. Nếu $0 < a < b$ thì $\ln a < \ln b$.

D. Nếu $0 < a < b$ thì $\log_{\frac{\pi}{4}} a < \log_{\frac{\pi}{4}} b$.

Câu 37: Cho $a, b > 0$, nếu $\log_8 a + \log_4 b^2 = 5$ và $\log_4 a^2 + \log_8 b = 7$ thì giá trị của ab bằng

A. 2^9 .

B. 8.

C. 2^{18} .

D. 2.

Câu 38: Gọi $a = 3^{\log_{0,5} 4}$; $b = 3^{\log_{0,5} 13}$, khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $a < 1 < b$.

B. $b < a < 1$.

C. $a < b < 1$.

D. $b < 1 < a$.

DẠNG 3. CHỨNG MINH DẲNG THỨC, BẤT DẲNG THỨC

Câu 39: Với các số thực dương a, b bất kỳ. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. $\log_2 \frac{9a^2}{b^3} = 2 + 2\log_2 a - 3\log_2 b$.

B. $\ln \frac{9a^2}{b^3} = 2\ln 3 + 2\ln a - 3\ln b$.

C. $\log \frac{9a^2}{b^3} = 2\log 3 + 2\log a - 3\log b$.

D. $\log_3 \frac{9a^2}{b^3} = 2 + 2\log_3 a - 3\log_3 b$.

Câu 40: Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\ln(ab) = \ln a + \ln b$. B. $\ln \frac{a}{b} = \ln b - \ln a$. C. $\ln(ab) = \ln a \cdot \ln b$. D. $\ln \frac{a}{b} = \frac{\ln a}{\ln b}$.

Câu 41: Cho các số thực dương a, b, c khác 1. Chọn mệnh đề sai trong các mệnh đề sau đây.

A. $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$.

B. $\log_a b = \frac{\log_c a}{\log_c b}$.

C. $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$.

D. $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$.

Câu 42: Cho $P = \log_a b^2$ với $0 < a \neq 1$ và $b < 0$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $P = -2\log_a(-b)$. B. $P = 2\log_a(-b)$. C. $P = -\frac{1}{2}\log_a(-b)$. D. $P = \frac{1}{2}\log_a(-b)$.

Câu 43: Cho $a > 0, b > 0$ và $a^2 + b^2 = 7ab$. Chọn mệnh đề đúng.

A. $2(\ln a + \ln b) = \ln(7ab)$.

B. $3\ln(a+b) = \frac{1}{2}(\ln a + \ln b)$.

C. $\ln\left(\frac{a+b}{3}\right) = \frac{1}{2}(\ln a + \ln b)$.

D. $\ln(a+b) = \frac{3}{2}(\ln a + \ln b)$.

Câu 44: Cho các số $a, b > 0$ thỏa mãn $a^2 + b^2 = 14ab$. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

A. $\log_{\sqrt{2}}(a+b) = 4 + \log_2 a + \log_2 b$.

B. $\log_2(a+b)^2 = 4(\log_2 a + \log_2 b)$.

C. $\log_2\left(\frac{a+b}{4}\right) = 2(\log_2 a + \log_2 b)$.

D. $\log_2\left(\frac{a+b}{16}\right) = \frac{1}{2}(\log_2 a + \log_2 b)$.

Câu 45: Cho $\log_{\frac{1}{4}}(y-x) - \log_4 \frac{1}{y} = 1$, với $y > 0, y > x$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

A. $3x = 4y$.

B. $x = 3y$.

C. $x = \frac{3}{4}y$.

D. $y = \frac{3}{4}x$.

Câu 46: Với mọi số thực dương a và b thỏa mãn $a^2 + b^2 = 8ab$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log(a+b) = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$.

B. $\log(a+b) = 1 + \log a + \log b$.

C. $\log(a+b) = \frac{1}{2}(1 + \log a + \log b)$.

D. $\log(a+b) = \frac{1}{2} + \log a + \log b$.

Câu 47: Cho $\log_2(x^2 + y^2) = 1 + \log_2 xy$, với $xy > 0$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

- A. $x > y$. B. $x < y$. C. $x = y$. D. $x = y^2$.

Câu 48: Cho $\log_a x = 2$, $\log_b x = 3$ với a, b là các số thực lớn hơn 1. Tính $P = \log_{\frac{a}{b^2}} x$.

- A. $P = -6$. B. $P = \frac{1}{6}$. C. $P = -\frac{1}{6}$. D. $P = 6$.

Câu 49: Với các số thực $a, b > 0$ bất kì, rút gọn biểu thức $P = 2\log_2 a - \log_{\frac{1}{2}} b^2$ ta được

- A. $P = \log_2(2ab^2)$. B. $P = \log_2(ab)^2$. C. $P = \log_2\left(\frac{a}{b}\right)^2$. D. $P = \log_2\left(\frac{2a}{b^2}\right)$.

Câu 50: Với các số thực dương a, b bất kì, đặt $M = \left(\frac{a^{10}}{\sqrt[3]{b^5}}\right)^{-0,3}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\log M = -3\log a + \frac{1}{2}\log b$. B. $\log M = -3\log a - \frac{1}{2}\log b$.
C. $\log M = -3\log a + 2\log b$. D. $\log M = 3\log a + 2\log b$.

Câu 51: Cho $a, b > 0$, $a \neq 1$, $ab \neq 1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**.

- A. $\log_{ab} a = \frac{1}{1 + \log_a b}$. B. $\log_a \sqrt{ab} = \frac{1}{2}(1 + \log_a b)$.
C. $\log_{a^2} \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{1}{4}(1 - \log_a b)$. D. $\log_{\sqrt{a}}(ab^2) = 4(1 + \log_a b)$.

Câu 52: Cho các số thực dương a, x, y ; a khác 1. Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\log x = \frac{\log_a x}{\log_a 10}$. B. $\log x = \frac{\log_a x}{\log_a e}$. C. $\log x = \frac{\log_a x}{\ln 10}$. D. $\log x = \frac{\log_x a}{\log a}$.