

# แบบฝึกหัด ที่ 2.3
## เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน(1)

**บทนิยาม 2**

ให้ $f$ เป็นฟังก์ชัน และ $a$ อยู่ในโดเมนของ $f$

**อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ย (average rate of change) ของ** $f$ **เทียบกับ** $x$ **เมื่อค่าของ** $x$ **เปลี่ยนจาก** $a$ **เป็น** $a+h$ คือ

$$\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

**อัตราการเปลี่ยนแปลง (instantaneous rate of change) ของ** $f$ **เทียบกับ** $x$ **ขณะที่** $x=a$ คือ

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

3. จงหา

1) อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของพื้นที่วงกลมเทียบกับความยาวของรัศมี เมื่อความยาวของรัศมีเปลี่ยนจาก $r$ เป็น $r+h$ เซนติเมตร

วิธีทำ ให้ $A$ เป็นพื้นที่วงกลม (หน่วยเป็นตารางเซนติเมตร)

$r$ เป็นรัศมีของวงกลม (หน่วยเป็นเซนติเมตร)

โดยที่ $A(r)=\pi r^2$

อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของพื้นที่วงกลมเทียบกับความยาวของรัศมี เมื่อความยาวของรัศมีเปลี่ยนจาก $r$ เป็น $r+h$ เซนติเมตร คือ

$$\begin{aligned}\frac{A(r+h)-A(r)}{h} &= \frac{\pi(\square)^2-\pi r^2}{h}\\ &= \frac{\pi\left(r^2+\square+h^2\right)-\pi r^2}{h}\\ &= \frac{2\pi rh+\pi h^2}{h}\\ &= 2\pi r+\pi h\end{aligned}$$

ดังนั้น อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของพื้นที่วงกลมเทียบกับความยาวของรัศมี เมื่อความยาวของรัศมีเปลี่ยนจาก $r$ เป็น $r+h$ เซนติเมตร คือ $2\pi r+\pi h$ ตารางเซนติเมตรต่อเซนติเมตร



LIVEWORKSHEETS

4. จงหา

1) อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเทียบกับความยาวด้าน เมื่อความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเปลี่ยนจาก 10 เป็น 12 เซนติเมตร

วิธีทำ ให้ $x$ เป็นความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส (หน่วยเป็นเซนติเมตร)

$A$ เป็นพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส (หน่วยเป็นตารางเซนติเมตร)

โดยที่ $A(x)=x^2$



อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเทียบกับความยาวด้าน เมื่อความยาวด้านเปลี่ยนจาก 10 เป็น 12 เซนติเมตร คือ

$$\frac{A(10+2)-A(\square)}{\square} = \frac{(\square+\square)^2-\square^2}{2}$$
$$= \square$$

ดังนั้น อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเทียบกับความยาวด้าน เมื่อความยาวด้านเปลี่ยนจาก 10 เป็น 12 เซนติเมตร คือ ☐ ตารางเซนติเมตรต่อเซนติเมตร

2) อัตราการเปลี่ยนแปลงของพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเทียบกับความยาวด้าน ขณะด้านยาว 10 เซนติเมตร

วิธีทำ อัตราการเปลี่ยนแปลงของพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเทียบกับความยาวด้าน ขณะด้านยาว 10 เซนติเมตร คือ

$$\lim_{h\to 0}\frac{A(10+h)-A(10)}{h} = \lim_{h\to 0}\frac{(10+h)^2-10^2}{h}$$
$$= \lim_{h\to 0}\frac{20h+h^2}{h}$$
$$= \square$$

ดังนั้น อัตราการเปลี่ยนแปลงของพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเทียบกับความยาวด้านขณะด้านยาว 10 เซนติเมตร คือ ☐ ตารางเซนติเมตรต่อเซนติเมตร

11. จงหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันต่อไปนี้

1) $f(x)=3x^2$

$$f'(x) = \lim_{h\to\square}\frac{3(x+h)^2-3x^2}{\square}$$
$$= \lim_{h\to\square}\frac{\square+3h^2}{\square}$$
$$= \lim_{h\to\square}(\square+\square)$$
$$= \square$$



LIVEWORKSHEETS

2) $f(x)=x^3$

$$f'(x) = \lim_{h\to 0}\frac{(\square)^3 - x^3}{\square}$$

$$= \lim_{h\to 0}\frac{3x^2h+3xh^2+h^3}{\square}$$

$$= \lim_{h\to 0}\left(3x^2+\square+\square^2\right)$$

$$= \square x^2$$

3) $f(x)=\frac{1}{x}$

$$f'(x) = \lim_{h\to 0}\frac{\left(\frac{\square}{\square}\right)-\frac{\square}{\square}}{\square}$$

$$= \lim_{h\to 0}\frac{-\square}{hx(\square)}$$

$$= \lim_{h\to 0}\frac{-1}{x(\square)}$$

$$= \frac{\square}{\square^2}$$



12. จงหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันต่อไปนี้ ณ จุดที่กำหนดให้

1) $f(x)=x^2-x$ ที่จุดซึ่ง $x=0$

จาก $f(x)=x^2-x$

จะได้ $f'(0) = \lim_{h\to 0}\frac{f(0+h)-f(0)}{h}$

$$= \lim_{h\to 0}\frac{f(h)-f(0)}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0}\frac{(h^2-\square)-\square}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0}(\square)$$

$$= \square$$



LIVEWORKSHEETS



2) $f(x)=2x^3+1$ ที่จุดซึ่ง $x=2$

จาก $f(x)=2x^3+1$

จะได้ $f'(2) = \lim_{h\to 0}\frac{f(\square)-f(\square)}{\square}$

$= \lim_{h\to 0}\frac{\square(\square)^3+\square-(\square(\square)^3+\square)}{\square}$

$= \lim_{h\to 0}\frac{\square(\square+\square+\square h^2+h^3)+\square-(2\square+1)}{\square}$

$= \lim_{h\to 0}\frac{\square+\square h^2+\square h^3}{\square}$

$= \lim_{h\to 0}(\square+\square+\square h^2)$

$= \square$

3) $f(x)=\frac{1}{x^2}$ ที่จุดซึ่ง $x=-1$

จาก $f(x)=\frac{1}{x^2}$

จะได้ $f'(-1) = \lim_{h\to 0}\frac{f(\square)-f(\square)}{\square}$

$= \lim_{h\to 0}\frac{\frac{\square}{(\square)^2}-\frac{\square}{(\square)^2}}{\square}$

$= \lim_{h\to 0}\frac{\square-(\square+h^2)}{(\square)^2(\square)\square}$

$= \lim_{h\to 0}\frac{\square-(1-\square+h^2)}{\square(\square)^2}$

$= \lim_{h\to 0}\frac{\square-h^2}{\square(\square)^2}$

$= \lim_{h\to 0}\frac{\square-\square}{(\square)^2}$

$= \frac{\square}{\square}$

$= \square$



LIVEWORKSHEETS