# Zeros da função quadrática

Já estudamos que o **zero** de uma função é um valor de $x$ tal que anula a função, ou seja, o valor de $x$ para o qual $\boldsymbol{f(x) = 0}$. Vimos também que, considerando a função afim, é possível determinar o zero da função definida por $f(x) = ax + b$ resolvendo a equação $ax + b = 0$.

Para determinar os zeros de uma função quadrática, devemos proceder de maneira análoga: os zeros da função quadrática dada por $y = ax^2 + bx + c$ são as raízes da equação do 2º grau $ax^2 + bx + c = 0$.

Agora, vamos explorar algumas maneiras de resolver equações do 2º grau, que você já pode ter estudado no Ensino Fundamental. Uma dessas maneiras é aplicar uma fórmula resolutiva, também conhecida como fórmula de Bhaskara, na qual os coeficientes $a$, $b$ e $c$ são utilizados. Essa fórmula é dada por:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}, \text{ em que } \Delta = b^2 - 4ac$$

# Equações do 2º grau incompletas

As equações do 2º grau incompletas são aquelas em que algum dos coeficientes, $b$ ou $c$ ou ambos, são nulos. Quando isso acontece, além da fórmula resolutiva, podemos resolvê-las utilizando fatoração, conforme cada caso a seguir.

**1º caso:** quando $b = 0$

$$ax^2 + c = 0 \Rightarrow ax^2 = -c \Rightarrow x^2 = -\frac{c}{a} \Rightarrow x = \pm\sqrt{-\frac{c}{a}}$$

Nesse caso, para existir uma solução real, devemos ter $-\frac{c}{a} > 0$.

**2º caso:** quando $c = 0$

$$ax^2 + bx = 0 \Rightarrow x(ax + b) = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ ou } ax + b = 0$$

Logo, $x = 0$ ou $x = -\frac{b}{a}$.

**3º caso:** quando $b = 0$ e $c = 0$

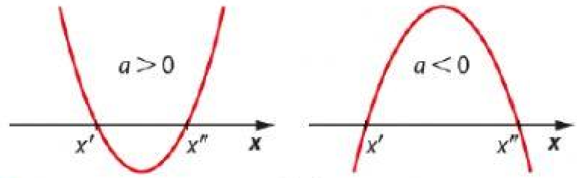
$$ax^2 = 0 \Rightarrow x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$$

# Equação do 2º grau completa

Quando resolvemos a equação do 2º grau completa $ax^2 + bx + c = 0$, com $a, b, c \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$, utilizando a fórmula resolutiva, deparamos com uma das três situações a seguir.

**I.** Se $\Delta > 0$, então a equação possui duas raízes reais e distintas.
Portanto, a função quadrática correspondente tem dois zeros:

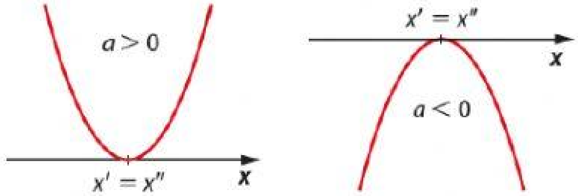
$$\boxed{x' = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}} \quad \text{e} \quad \boxed{x'' = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}}$$




■ Nesse caso, os zeros da função, $x'$ e $x''$, são as abscissas dos dois pontos de intersecção do gráfico da função com o eixo $x$.

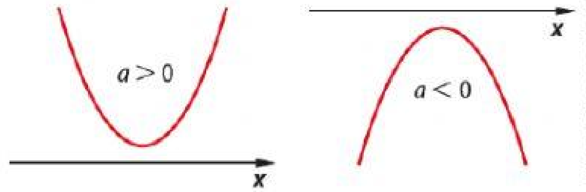
**II.** Se $\Delta = 0$, então a equação possui duas raízes reais iguais.
Portanto, a função quadrática correspondente tem um único zero:

$$\boxed{x' = x'' = -\frac{b}{a}}$$




■ Nesse caso, o zero da função, que é único, é a abscissa do único ponto de intersecção do gráfico da função com o eixo $x$.

**III.** Se $\Delta < 0$, então a equação não possui raízes reais.
Portanto, a função quadrática correspondente não tem zero.




■ Nesse caso, como não há zero da função, não há intersecção do gráfico da função com o eixo $x$.

# Soma e produto das raízes de uma equação do 2º grau

Considerando $x'$ e $x''$ as raízes reais da equação $ax^2 + bx + c = 0$, ou seja, $x' = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ e $x'' = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$, podemos calcular a soma e o produto dessas raízes, como verificado a seguir.

$$x' + x'' = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x' + x'' = \frac{-2b}{2a} \Rightarrow x' + x'' = -\frac{b}{a}$$

$$x' \cdot x'' = \left(\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}\right) \cdot \left(\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}\right) \Rightarrow x' \cdot x'' = \frac{b^2 - \Delta}{4a^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x' \cdot x'' = \frac{b^2 - (b^2 - 4ac)}{4a^2} \Rightarrow x' \cdot x'' = \frac{4ac}{4a^2} \Rightarrow x' \cdot x'' = \frac{c}{a}$$

Portanto, a soma e o produto das raízes de uma equação do 2º grau

são, respectivamente, $\boxed{x' + x'' = -\frac{b}{a}}$ e $\boxed{x' \cdot x'' = \frac{c}{a}}$.

## Forma fatorada da equação do 2º grau

Vamos utilizar a soma e o produto das raízes $x'$ e $x''$ de uma equação $ax^2 + bx + c = 0$, com $a \neq 0$, para obter a **forma fatorada** da lei de formação da função quadrática correspondente, que é dada por $f(x) = ax^2 + bx + c$. Acompanhe a seguir.

Colocando em evidência o coeficiente $a$ na lei da função, temos:

$$f(x) = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right) \Rightarrow f(x) = a\left(x^2 - \left(-\frac{b}{a}\right)x + \frac{c}{a}\right)$$

Como $x' + x'' = -\frac{b}{a}$ e $x' \cdot x'' = \frac{c}{a}$, temos:

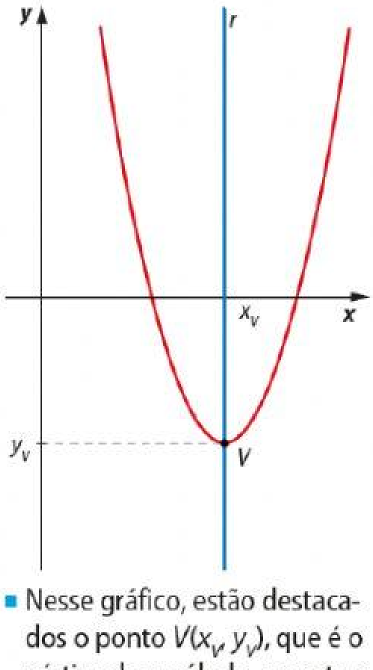
$$f(x) = a\,[x^2 - (x' + x'')x + x' \cdot x''].$$

Desenvolvendo e fatorando essa expressão, temos:

$$f(x) = a\,[x^2 - x'x - x''x + x'x''] \Rightarrow f(x) = a\,[x(x - x') - x''(x - x')] \Rightarrow f(x) = a\,(x - x')(x - x'')$$

Portanto, a forma fatorada da lei da função quadrática é $\boxed{f(x) = a(x - x')(x - x'')}$.

## Vértice da parábola




■ Nesse gráfico, estão destacados o ponto $V(x_V, y_V)$, que é o vértice da parábola, e a reta $r$, eixo de simetria da parábola.

Vimos que o gráfico de uma função quadrática é uma parábola. Em uma parábola, existe um único ponto pelo qual se pode traçar uma reta $r$, perpendicular ao eixo $x$, e que é um **eixo de simetria** da parábola. Qual é esse ponto?

No caso do gráfico de uma função polinomial do segundo grau $h(x) = ax^2 + bx + c$, esse ponto tem coordenadas $(x_V, y_V)$, é chamado **vértice da parábola**, e o eixo de simetria da parábola é uma reta perpendicular ao eixo $x$ que passa por esse ponto.

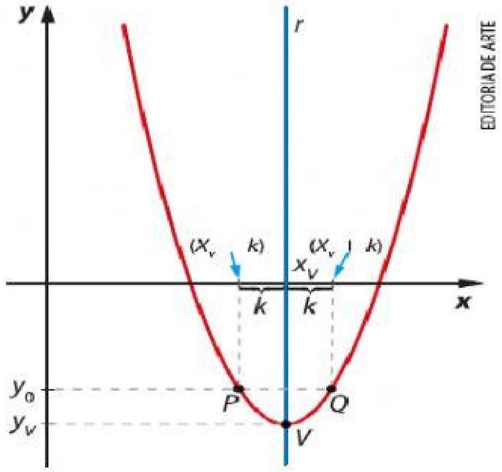
Observe o gráfico de uma função quadrática $f$.

O vértice $V(x_V, y_V)$ também é o ponto em que a função quadrática assume **valor mínimo** (quando a concavidade é voltada para cima) ou **valor máximo** (quando a concavidade é voltada para baixo).

Conhecer as coordenadas do vértice da parábola nos permite estudar o ponto de máximo ou de mínimo da função quadrática, bem como determinar o seu conjunto imagem. Acompanhe a seguir uma maneira de obter essas coordenadas.

Considere $f$ uma função quadrática dada por $f(x) = ax^2 + bx + c$ e dois pontos pertencentes ao gráfico de $f$ que têm ordenadas iguais. Sabemos que esses pontos estão à mesma distância do eixo de simetria da parábola e que este, por sua vez, é perpendicular ao eixo $x$ e cruza esse mesmo eixo no ponto de abscissa $x_V$ do vértice.

Podemos, então, indicar as coordenadas desses dois pontos considerados por $P(x_V - k, y_0)$ e $Q(x_V + k, y_0)$, em que $k \neq 0$ é a diferença entre as abscissas de $P$ e de $V$, e de $Q$ e de $V$, como pode ser verificado a seguir.




Como as ordenadas dos pontos $P$ e $Q$ são iguais, temos $f(x_V - k) = f(x_V + k)$.

Substituindo esses valores na lei da função $f$, temos:

$$a(x_V - k)^2 + b(x_V - k) + c = a(x_V + k)^2 + b(x_V + k) + c \Rightarrow a(x_V^2 - 2x_Vk + k^2) + \cancel{bx_V} - bk + \cancel{c} =$$

$$= a(x_V^2 + 2x_Vk + k^2) + \cancel{bx_V} + bk + \cancel{c} \Rightarrow \cancel{ax_V^2} - 2ax_Vk + \cancel{ak^2} - bk = \cancel{ax_V^2} + 2ax_Vk + \cancel{ak^2} + bk \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -2ax_Vk - 2ax_Vk = bk + bk \Rightarrow -4ax_Vk = 2bk \Rightarrow x_V = \frac{2bk}{-4ak} \Rightarrow \boxed{x_V = -\frac{b}{2a}}$$

Para calcular a ordenada $y_V$ do vértice, substituímos, na lei da função, o valor de $x_V$ obtido. Nesse caso, temos:

$$y_V = f(x_V) = a\left(-\frac{b}{2a}\right)^2 + b\left(-\frac{b}{2a}\right) + c \Rightarrow y_V = a \cdot \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{2a} + c \Rightarrow y_V = \frac{b^2}{4a} - \frac{b^2}{2a} + c \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y_V = \frac{b^2 - 2b^2 + 4ac}{4a} \Rightarrow y_V = -\frac{b^2 - 4ac}{4a} \Rightarrow \boxed{y_V = -\frac{\Delta}{4a}}$$

Portanto, as coordenadas do vértice da parábola são $V\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$.

Vimos no início deste Capítulo uma situação na qual o lucro diário de uma loja de artigos para dispositivos eletrônicos é modelado por uma função quadrática. Nessa situação, o lucro $L$, em reais, é função do preço $x$ pelo qual cada capa é vendida, também em reais, e é expresso por $L(x) = -x^2 + 55x - 250$.

Utilizando a coordenada $x_V$ do vértice, podemos determinar o preço pelo qual cada capa deve ser vendida para que a loja obtenha o maior lucro diário, de acordo com essa função.

$$x_V = -\frac{b}{2a} \Rightarrow x_V = -\frac{55}{2(-1)} \Rightarrow x_V = \frac{55}{2} \Rightarrow x_V = 27{,}5$$

Logo, para que a loja obtenha o maior lucro diário, cada capa de celular deve ser vendida por R$ 27,50.

## > ATIVIDADES RESOLVIDAS

**01.** Determinar os zeros da função definida por $y = x^2 - 4x - 5$.

**Resolução**

Para determinar os zeros da função dada, devemos resolver a equação do 2º grau $x^2 - 4x - 5 = 0$.

Para utilizar a fórmula resolutiva, inicialmente determinamos o valor de $\Delta$.

$\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-5) = 36$

Como $36 > 0$, a função tem dois zeros distintos.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-4) \pm \sqrt{36}}{2 \cdot 1} = \frac{4 \pm 6}{2} \Rightarrow$$

$\Rightarrow x' = 5$ e $x'' = -1$

Portanto, os zeros da função definida por $y = x^2 - 4x - 5$ são $x' = 5$ e $x'' = -1$.

**02.** Seja a função definida por $h(x) = x^2 - 2x + 3k$. Sabendo que essa função tem um único zero, determine o valor real de $k$.

**Resolução**

A condição para que a função tenha apenas um zero é $\Delta = 0$.

$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3k \Rightarrow$

$\Rightarrow \Delta = 4 - 12k$

Fazendo $\Delta = 0$ em $\Delta = 4 - 12k$, temos:

$$4 - 12k = 0 \Rightarrow -12k = -4 \Rightarrow k = \frac{-4}{-12} \Rightarrow k = \frac{1}{3}$$

Portanto, para que $f$ tenha um único zero, devemos ter $k = \frac{1}{3}$.

**03.** Determinar as coordenadas do vértice $V$ da parábola que representa a função dada por $f(x) = -5x^2 + 3x - 1$.

**Resolução**

Os coeficientes da lei da função são $a = -5$, $b = 3$, $c = -1$.

Além disso, $\Delta = 3^2 - 4 \cdot (-5) \cdot (-1) = -11$.

Calculando as coordenadas do vértice, obtemos:

$$x_V = -\frac{b}{2a} = -\frac{3}{2 \cdot (-5)} = \frac{3}{10}$$

$$y_V = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{(-11)}{4 \cdot (-5)} = -\frac{11}{20}$$

Logo, as coordenadas do vértice são $\left(\frac{3}{10}, -\frac{11}{20}\right)$.

**04.** A altura do salto de um certo canguru, em relação ao solo, foi modelada por uma função quadrática expressa por $h(d) = -\frac{4}{5}d^2 + \frac{12}{5}d$, em que $h$ é a altura do salto do canguru, em metro, e $d$ é a distância horizontal percorrida no salto, também em metro.

KEN GRIFFITHS/SHUTTERSTOCK.COM

▪ Os membros posteriores e a cauda do canguru possibilitam o impulso e a realização dos saltos.

a) Considerando essa função, determine a distância horizontal percorrida pelo canguru ao concluir o salto.

b) De acordo com essa função, qual é a altura máxima do salto desse canguru?

**Resolução**

a) Quando conclui o salto, o canguru está no solo e, nesse caso, $h(d) = 0$. Precisamos determinar os zeros da função $h$. Assim, temos:

$$h(d) = 0 \Rightarrow -\frac{4}{5}d^2 + \frac{12}{5}d = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow d\left(-\frac{4}{5}d + \frac{12}{5}\right) = 0$$

$$d = 0 \text{ ou } -\frac{4}{5}d + \frac{12}{5} = 0 \Rightarrow d = 3$$

Logo, ao concluir o salto, a distância horizontal percorrida pelo canguru será de 3 metros.

b) Para obter a altura máxima do salto desse canguru, podemos calcular a ordenada do vértice da parábola correspondente à função $h$. Nesse caso, temos:

$$y_v = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{\left(\frac{12}{5}\right)^2}{4 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)} = \frac{36}{20} = 1{,}8$$

Assim, a altura máxima do salto desse canguru é de 1,8 metro.

**05.** A função definida por $f(x) = x^2 + kx + 36$ tem dois zeros distintos, $m$ e $n$ reais não nulos, de modo que $\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{5}{12}$. Determine o valor de $f(-1)$.

**Resolução**

Se $m$ e $n$ são os zeros da função $f$, então também são as raízes da equação $x^2 + kx + 36 = 0$.

Pela relação apresentada no enunciado, temos:

$$\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{5}{12} \Rightarrow \frac{m+n}{m \cdot n} = \frac{5}{12} \quad \text{I}$$

Usando as relações entre coeficientes e raízes, temos:

$$m + n = -\frac{b}{a} \Rightarrow m + n = -k$$

$$m \cdot n = \frac{c}{a} \Rightarrow m \cdot n = 36$$

Substituindo esses valores em I, temos:

$$-\frac{k}{36} = \frac{5}{12} \Rightarrow k = -15$$

Como o valor de $k$ é $-15$, podemos escrever $f(x) = x^2 - 15x + 36$.

Basta, agora, calcular $f(-1)$.

$$f(-1) = (-1)^2 - 15 \cdot (-1) + 36 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f(-1) = 1 + 15 + 36 \Rightarrow f(-1) = 52$$

Portanto, $f(-1) = 52$.

**06.** Determine $a$ e $b$ de modo que o gráfico da função definida por $y = ax^2 + bx - 9$ tenha o vértice no ponto $(4, -25)$.

**Resolução**

Do enunciado, temos $x_V = 4$ e $y_V = -25$.

Como $x_V = -\frac{b}{2a}$, temos:

$$-\frac{b}{2a} = 4 \Rightarrow -b = 8a \Rightarrow b = -8a$$

Substituindo as coordenadas do vértice $(4, -25)$ e o valor de $b$ na lei da função, obtemos o valor de $a$.

$$-25 = a \cdot 4^2 + (-8a) \cdot 4 - 9 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -25 = 16a - 32a - 9 \Rightarrow -16a = -16 \Rightarrow a = 1$$

Como $b = -8a$, temos $b = -8$.

Portanto, $a = 1$ e $b = -8$.

**07.** Determine as coordenadas do vértice da parábola que representa a função quadrática $f$ cujos zeros são $-5$ e $-3$ e o coeficiente $a$ é igual a 1.

**Resolução**

Podemos utilizar os zeros da função para escrever a lei de $f$ na sua forma fatorada.

$$f(x) = 1(x + 5)(x + 3) \Rightarrow f(x) = x^2 + 8x + 15$$

Assim, os coeficientes da lei dessa função são $a = 1$, $b = 8$ e $c = 15$.

Calculando as coordenadas do vértice, obtemos:

$$x_V = -\frac{b}{2a} = -\frac{8}{2 \cdot 1} = -4$$

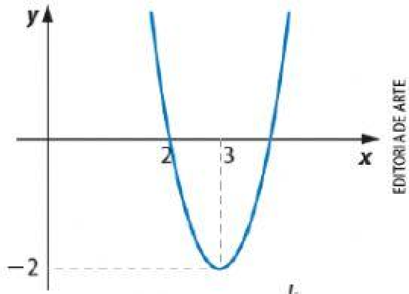
$$y_V = f(x_V) \Rightarrow y_V = f(-4) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y_V = (-4)^2 + 8 \cdot (-4) + 15 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y_V = 16 - 32 + 15 = -1$$

Portanto, o vértice da parábola que representa a função $f$ tem coordenadas $(-4, -1)$.

**08.** (UEA-AM) O gráfico da função real dada por $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a > 0$, é a parábola representada na figura.




Sabendo-se que $x' + x'' = -\frac{b}{a}$, onde $x'$ e $x''$ são as raízes de $f(x) = 0$, é correto afirmar que a parábola intersecta o eixo das ordenadas no ponto:

a) (12, 0).
b) (16, 0).
c) (0, 16).
d) (0, 4).
e) (0, 12).

**Resolução**

Vimos que o vértice de uma parábola se encontra sobre seu eixo de simetria. Assim, os zeros da função dada são $x' = 2$ e $x'' = 4$.

Utilizando a forma fatorada da lei dessa função, temos:

$$f(x) = a(x - 2)(x - 4)$$

Substituindo as coordenadas do vértice nessa expressão, obtemos o valor de $a$.

$$-2 = a(3 - 2)(3 - 4) \Rightarrow a = 2$$

Para determinar o ponto de intersecção da parábola com o eixo das ordenadas, precisamos obter o valor do coeficiente $c$.

Utilizando o produto das raízes de $f(x) = 0$, temos:

$$x' \cdot x'' = \frac{c}{a} \Rightarrow 2 \cdot 4 = \frac{c}{2} \Rightarrow c = 16$$

Assim, o ponto de intersecção da parábola com o eixo das ordenadas tem coordenadas (0, 16).

Portanto, a resposta é a alternativa **c**.

## Exercícios

**01.** Determine, se existirem, os zeros da função e as coordenadas do vértice da parábola que representa o gráfico das funções quadráticas definidas a seguir.

a) $y = x^2 - 6x + 5$

b) $y = 3x^2 - 4x$

c) $y = -x^2 + x - 3$

d) $y = x^2 - 9$

e) $y = -6x^2$

f) $y = 4x^2 - x + \frac{3}{5}$

**02.** A trajetória de uma bola de futebol em uma cobrança de falta foi descrita por uma função quadrática que relaciona a altura $h$ alcançada pela bola, em relação ao solo, e o deslocamento horizontal $x$ da bola, sendo $h$ e $x$ dados em metro. Essa função é expressa por $h(x) = -\frac{x^2}{60} + 0{,}5x$.

FOTOKOSTIC/SHUTTERSTOCK.COM

- Nos lançamentos, a bola de futebol descreve uma trajetória parabólica.

a) Qual é a distância entre o ponto em que a bola sai do solo e o ponto em que a bola chega ao solo?

b) Qual é a altura máxima atingida pela bola nessa trajetória?

**03.** Faça um esboço do gráfico das funções quadráticas a seguir. Indique o vértice da parábola e, se existirem, os zeros da funcão.

a) $y = x^2 - 5x + 6$

b) $y = -x^2 + 4$

c) $y = x^2 - 4x + 4$

d) $y = x^2 + 2x + 5$

**04.** Calcule $k$ de modo que a função dada por $y = kx^2 - 2x + 3$ admita o valor 2 como um de seus zeros.

**05.** Considerando a função definida por $f(x) = ax^2 + bx + 10$, determine $a$ e $b$ sabendo que seus zeros são $-2$ e 5. Em seguida, faça um esboço do gráfico dessa função.

**06.** Considere a função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^2 + 2mx + 16$. Determine $m \in \mathbb{R}$ de modo que:

a) a função $f$ tenha um único zero;

b) o gráfico da função $f$ passe pelo ponto $(2, -4)$.

**07.** Determine o parâmetro real $k$, de modo que a função $f(x) = x^2 - 2x + k$ tenha:

a) dois zeros;

b) um único zero;

c) nenhum zero.

**08.** O preço $m$ de uma passagem de avião pode ser relacionado à quantidade de passageiros $x$ por meio da relação $m = -0{,}3x + 48$. Assim, podemos concluir que a quantidade de passageiros que faz a receita desse voo ser nula é:

a) 160.

b) 132.

c) 100.

d) 96.

e) 16.

**09.** (UEA-AM) Durante um tratamento com medicina alternativa, uma pessoa deverá ingerir, apenas uma vez ao dia, durante os 10 primeiros dias do mês, determinado número de gotas de um medicamento. Sabendo que o número de gotas foi calculado através da função dada por $g(x) = -x^2 + 10x$, sendo $g(x)$ o número de gotas e $x$ o dia do mês, com $x \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, é correto afirmar que essa pessoa ingeriu 16 gotas nos dias:

a) 2 e 8.

b) 2 e 9.

c) 3 e 8.

d) 3 e 9.

e) 5 e 6.

**10.** (UEMA) Um jogador de vôlei dá um saque (jornada nas estrelas). A bola descreverá uma trajetória parabólica segundo a função definida por $y = -x^2 + 6x + 1$, sendo $x$ e $y$ dados em metros.

O ginásio tem 25 m de altura e a quadra tem formato retangular com dimensões de 10 m de comprimento (lateral) por 5 m de largura (linha de fundo). O saque é feito rente à linha de fundo com altura inicial de 1 m e desloca-se paralelamente à linha lateral da quadra. Pode-se afirmar:

a) a bola cai na quadra do próprio jogador.
b) a bola cai na quadra do adversário.
c) o lançamento é inválido, pois a bola toca o teto.
d) a bola cai sobre a rede na quadra.
e) a bola cai além da área do adversário.

**11.** (UFMG) Um certo reservatório, contendo $72\ m^3$ de água, deve ser drenado para limpeza. Decorridas $t$ horas após o início da drenagem, o volume de água que saiu do reservatório, em $m^3$, é dado por $V(t) = 24t - 2t^2$. Sabendo-se que a drenagem teve início às 10 horas, o reservatório estará completamente vazio às:

a) 14 horas.
b) 16 horas.
c) 19 horas.
d) 22 horas.

**12.** Considere a função definida por $f(x) = -x^2 + 4x - 2$.

a) Determine os zeros de $f$, se houver.
b) Calcule as coordenadas do vértice de seu gráfico.
c) Esboce seu gráfico.

**13.** Dadas as funções definidas por $f(x) = (x + 1)(x - 3)$ e $g(x) = \frac{x}{2} + 3$, determine:

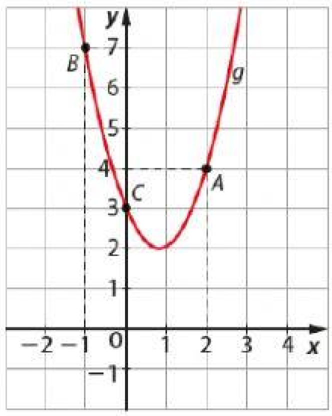
a) os pontos de intersecção da parábola com o eixo das abscissas;
b) o ponto de intersecção da parábola com o eixo das ordenadas;
c) o vértice da parábola;
d) o ponto de intersecção da reta com o eixo das ordenadas;
e) o ponto de intersecção da reta com a parábola situado no 2º quadrante.

**14.** Considerando a função definida por $f(x) = 3x^2 - 6x - m$, determine para qual valor de $m$ a ordenada do vértice é 4.

**15.** A parábola correspondente ao gráfico da função definida por $y = ax^2$ passa pelo vértice de outra parábola, que representa a função dada por $y = 4x - x^2$. Determine o valor de $a$.

**16.** Determine $a$ e $b$ para que o gráfico da função definida por $y = ax^2 + bx + 6$ tenha o vértice no ponto de coordenadas $\left(\frac{5}{2}, -\frac{1}{4}\right)$.

**17.** Observe o gráfico da função quadrática $g$ representado a seguir. Sabendo que os pontos $A$, $B$ e $C$ pertencem a essa parábola, determine as coordenadas de seu vértice.



EDITORIA DE ARTE

**18.** A parábola que representa graficamente a função $y = -2x^2 + bx + c$ passa pelo ponto (1, 0) e seu vértice é o ponto de coordenadas $(3, k)$. Determine o valor de $k$.

**19.** Calcule $a$, $b$ e $c$ de modo que a parábola correspondente ao gráfico da função definida por $f(x) = ax^2 + bx + c$ tenha o vértice de coordenadas $(1, -16)$ e que $-3$ seja um zero dessa função.

**20.** Determine $m$ para que a função dada por $f(x) = (m + 1)x^2 - 2mx + m + 5$ possua dois zeros distintos.