

BÀI TẬP TỰ LUYỆN – ĐỊNH LÝ SIN

(Câu 1-3: Điền đáp án A (hoặc B, C, D) vào ô trống của từng câu.

Câu 4-7: Điền đáp án vào ô trống theo quy ước lấy gần đúng 1 chữ số thập phân và không kèm đơn vị, ví dụ: 25,3)

Câu 1. Cho tam giác ABC , có $\widehat{BAC} = 105^\circ$, $\widehat{ACB} = 45^\circ$ và $AC = 10$. Tính độ dài cạnh AB .

- A. $\frac{5\sqrt{6}}{2}$. B. $10\sqrt{2}$. C. $5\sqrt{2}$. D. $5\sqrt{6}$.

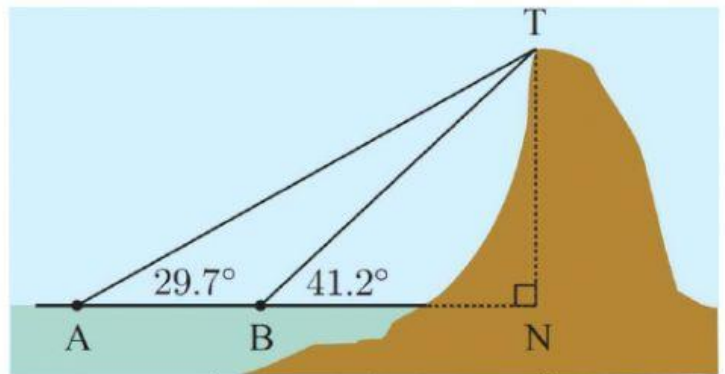
Câu 2. Cho tam giác ABC có trọng tâm G , biết rằng $BC = 14$, $\widehat{BGC} = 120^\circ$. Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác BGC bằng

- A. $\frac{14\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{14}$. C. 14. D. $\frac{1}{14}$.

Câu 3. Cho hình chữ nhật $ABCD$ biết $AD = 1$. Giả sử E là trung điểm AB và thỏa mãn $\sin \widehat{BDE} = \frac{1}{3}$. Tính độ dài cạnh AB .

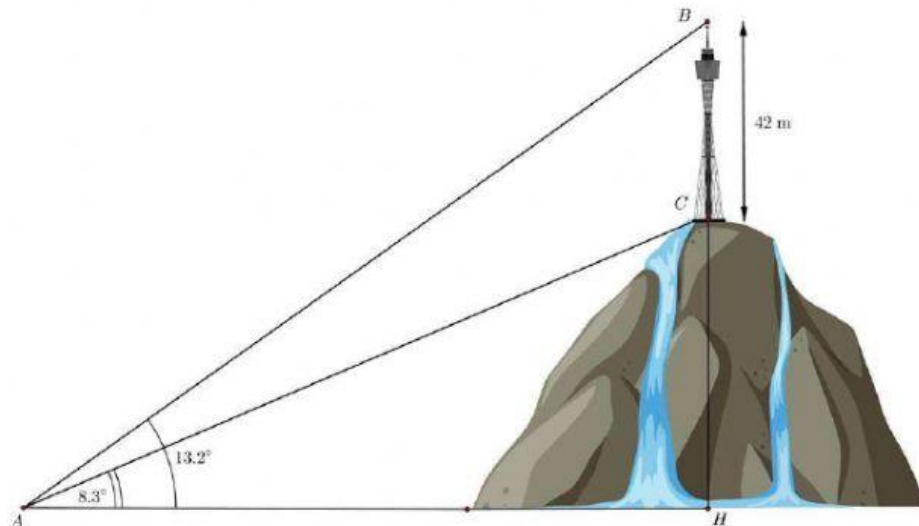
- A. $2\sqrt{2}$. B. $\sqrt{5}$. C. $\sqrt{2}$. D. $\sqrt{3}$.

Câu 4. Các góc nhìn đến đỉnh núi so với mực nước biển được đo từ hai đèn tín hiệu tại A và B trên biển. Các kết quả đo được thể hiện trên hình vẽ. Nếu các đèn hiệu cách nhau 1473 m thì ngọn núi cao bao nhiêu?



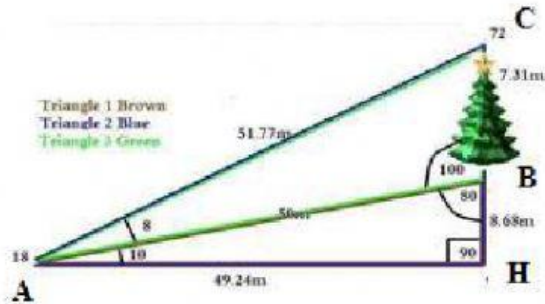
ĐS:

Câu 5. Một tòa tháp cao 42 mét đứng trên đỉnh một ngọn đồi. Từ một điểm trên mặt đất cách xa chân đồi, có thể nhìn thấy đỉnh tháp và chân tháp dưới góc $13,2^\circ$ và $8,3^\circ$ so với mặt đất. Tìm chiều cao của ngọn đồi.



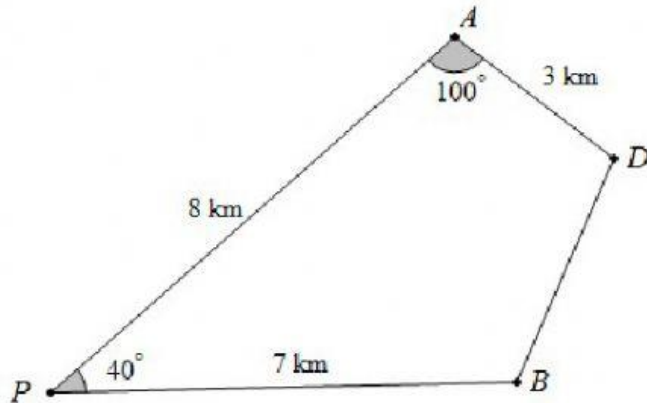
ĐS:

- Câu 6.** Một cây mọc theo phương thẳng đứng trên sườn của một quả đồi có độ dốc 10° so với phương nằm ngang. Từ một vị trí cách gốc cây 50 m về phía dưới đồi ta nhìn thấy ngọn cây với một góc 18° . Tính chiều cao của cây.



ĐS:

- Câu 7.** Việt và Nam cùng xuất phát từ điểm P , đi theo hai hướng khác nhau và tạo với nhau một góc 40° để đến đích là điểm D . Biết rằng họ dừng lại để ăn trưa lần lượt tại A và B (như hình vẽ). Hỏi Nam phải đi bao xa nữa để đến được đích?



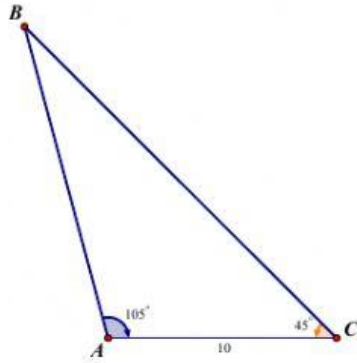
ĐS:

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

- Câu 1.** Cho tam giác ABC , có $\widehat{BAC} = 105^\circ$, $\widehat{ACB} = 45^\circ$ và $AC = 10$. Tính độ dài cạnh AB .
- A. $\frac{5\sqrt{6}}{2}$. B. $10\sqrt{2}$. C. $5\sqrt{2}$. D. $5\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $\widehat{B} = 180^\circ - (\widehat{A} + \widehat{C}) = 30^\circ$.

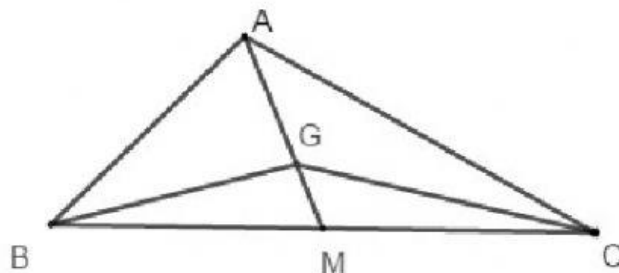
Theo định lý sin, ta có: $\frac{AB}{\sin \widehat{ACB}} = \frac{AC}{\sin \widehat{ABC}} \Rightarrow AB = \frac{10}{\sin 30^\circ} \cdot \sin 45^\circ = 10\sqrt{2}$.

Vậy $AB = 10\sqrt{2}$.

- Câu 2.** Cho tam giác ABC có trọng tâm G , biết rằng $BC = 14$, $\widehat{BGC} = 120^\circ$. Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác BGC bằng
- A. $\frac{14\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{14}$. C. 14 . D. $\frac{1}{14}$.

Lời giải

Chọn A

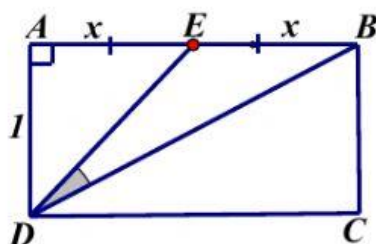


Áp dụng định lý sin cho tam giác BGC ta có

$$\frac{BC}{\sin \widehat{BGC}} = 2R_{(BGC)} \Leftrightarrow R_{(BGC)} = \frac{BC}{2 \sin \widehat{BGC}} = \frac{14}{2 \sin 120^\circ} = \frac{14\sqrt{3}}{3}.$$

- Câu 3.** Cho hình chữ nhật $ABCD$ biết $AD=1$. Giả sử E là trung điểm AB và thỏa mãn $\sin \widehat{BDE} = \frac{1}{3}$. Tính độ dài cạnh AB .
- A. $2\sqrt{2}$. B. $\sqrt{5}$. C. $\sqrt{2}$. D. $\sqrt{3}$.

Lời giải



Đặt $AE = EB = x$ ($x > 0$).

$$\text{Ta có: } \sin \widehat{DBE} = \frac{AD}{BD} = \frac{1}{\sqrt{1+(2x)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1+4x^2}}.$$

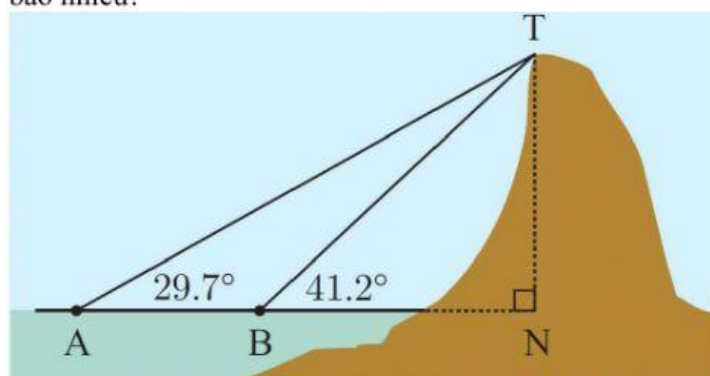
Theo định lý sin trong tam giác BDE ta có:

$$\frac{EB}{\sin \widehat{BDE}} = \frac{ED}{\sin \widehat{EBD}} \Leftrightarrow \frac{x}{\frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{1+x^2}}{\frac{1}{\sqrt{1+4x^2}}} \Leftrightarrow 3x = \sqrt{1+x^2} \cdot \sqrt{1+4x^2}$$

$$\Leftrightarrow 9x^2 = (1+x^2) \cdot (1+4x^2) \Leftrightarrow 4x^4 - 4x^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Vậy $AB = 2x = \sqrt{2}$.

- Câu 4.** Các góc nhìn đến đỉnh núi so với mực nước biển được đo từ hai đèn tín hiệu tại A và B trên biển. Các kết quả đo được thể hiện trên hình vẽ. Nếu các đèn hiệu cách nhau 1473 m thì ngọn núi cao bao nhiêu?



Lời giải

Ta có $\widehat{ATB} = \widehat{TBN} - \widehat{TAN} = 11,5^\circ$.

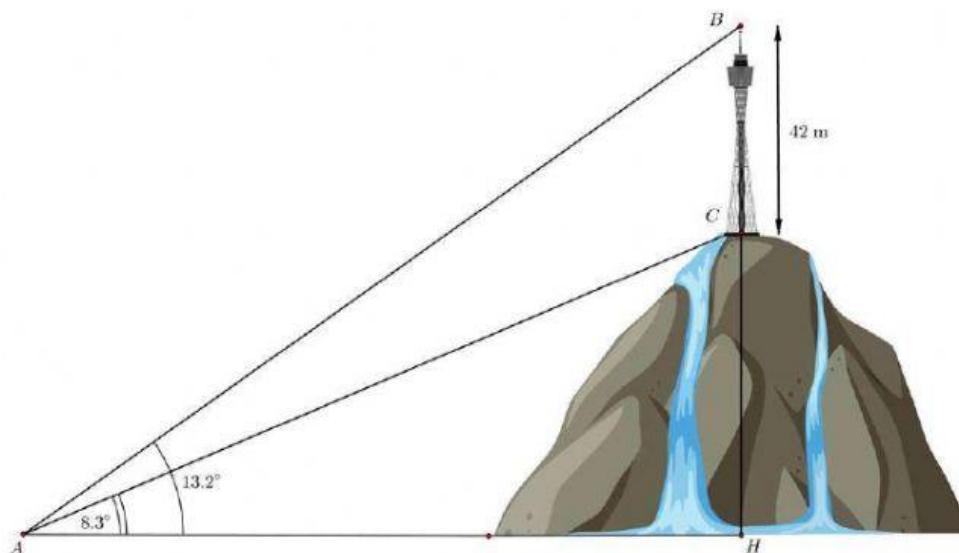
$$\text{Áp dụng định lý sin cho } \triangle TAB: \frac{TB}{\sin \widehat{TAB}} = \frac{AB}{\sin \widehat{ATB}} \Rightarrow TB = \frac{AB \cdot \sin \widehat{TAB}}{\sin \widehat{ATB}}.$$

Xét tam giác vuông TBN ta có:

$$TN = TB \cdot \sin \widehat{TBN} = \frac{AB \cdot \sin \widehat{TAB} \cdot \sin \widehat{TBN}}{\sin \widehat{ATB}} = \frac{1473 \cdot \sin 29,7^\circ \cdot \sin 41,2^\circ}{\sin 11,5^\circ} \approx 2411,2 \text{ m.}$$

Vậy chiều cao ngọn núi xấp xỉ 2411,2 m.

- Câu 5.** Một tòa tháp cao 42 mét đứng trên đỉnh một ngọn đồi. Từ một điểm trên mặt đất cách xa chân đồi, có thể nhìn thấy đỉnh tháp và chân tháp dưới góc $13,2^\circ$ và $8,3^\circ$ so với mặt đất. Tìm chiều cao của ngọn đồi.



Lời giải

Mô hình bài toán như hình vẽ.

Từ giả thiết ta có: $BC = 42 \text{ m}$; $\widehat{BAH} = 13,2^\circ$; $\widehat{CAH} = 8,3^\circ$.

$\widehat{ABC} = \widehat{ABH} = 90^\circ - \widehat{BAH} = 76,8^\circ$ và $\widehat{BAC} = \widehat{BAH} - \widehat{CAH} = 4,9^\circ$.

Áp dụng định lý hàm số sin cho $\triangle ABC$ ta được:

$$\frac{BC}{\sin \widehat{BAC}} = \frac{AC}{\sin \widehat{ABC}} \Leftrightarrow AC = \frac{BC \cdot \sin \widehat{ABC}}{\sin \widehat{BAC}}.$$

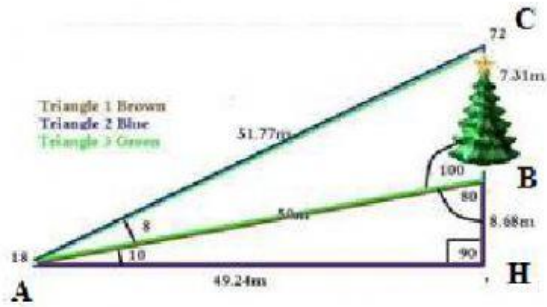
Xét tam giác vuông ACH , ta có:

$$CH = AC \cdot \sin \widehat{CAH} = \frac{BC \cdot \sin \widehat{ABC}}{\sin \widehat{BAC}} \cdot \sin \widehat{CAH} = \frac{42 \cdot \sin 76,8^\circ}{\sin 4,9^\circ} \cdot \sin 8,3^\circ \approx 69,1 \text{ (m)}.$$

Vậy ngọn đồi cao 69,1 m.

- Câu 6.** Một cây mọc theo phương thẳng đứng trên sườn của một quả đồi có độ dốc 10° so với phương nằm ngang. Từ một vị trí cách gốc cây 50 m về phía dưới đồi ta nhìn thấy ngọn cây với một góc 18° . Tính chiều cao của cây.

Lời giải



Gọi vị trí cách gốc cây 50 m về phía dưới đồi là là A , vị trí gốc cây là B , vị trí ngọn cây là C , hình chiếu của B lên mặt đất là H (xem hình vẽ minh họa)

Theo giả thiết, $\widehat{BAH} = 10^\circ$, $\widehat{CAH} = 18^\circ$ suy ra $\widehat{CAB} = 8^\circ$.

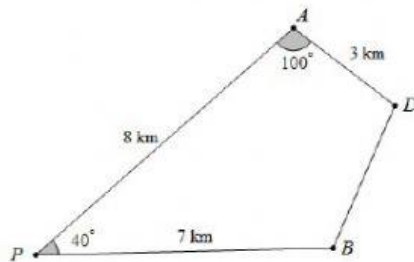
Tam giác ABC có $\widehat{CAB} = 8^\circ$; $AB = 50$; $\widehat{ACB} = 90^\circ - 18^\circ = 72^\circ$.

Áp dụng định lý sin cho $\triangle ABC$ ta có:

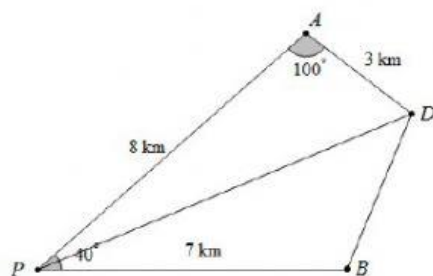
$$\frac{CB}{\sin \widehat{BAC}} = \frac{AB}{\sin \widehat{ACB}} \Leftrightarrow CB = \frac{AB \sin \widehat{BAC}}{\sin \widehat{ACB}} = \frac{50 \cdot \sin 8^\circ}{\sin 72^\circ} \approx 7,316(\text{m})$$

Vậy chiều cao của cây xấp xỉ 7,316 m.

Câu 7. Việt và Nam cùng xuất phát từ điểm P , đi theo hai hướng khác nhau và tạo với nhau một góc 40° để đến đích là điểm D . Biết rằng họ dừng lại để ăn trưa lần lượt tại A và B (như hình vẽ). Hỏi Nam phải đi bao xa nữa để đến được đích?



Lời giải



Ta có: $PD = \sqrt{AP^2 + AD^2 - 2AP \cdot AD \cdot \cos \widehat{PAD}} = \sqrt{8^2 + 3^2 - 2 \cdot 8 \cdot 3 \cdot \cos 100^\circ} \approx 9,0186 \text{ km}.$

Do

đó:

$$\frac{PD}{\sin \widehat{PAD}} = \frac{AD}{\sin \widehat{APD}} \Rightarrow \sin \widehat{APD} = \frac{AD \cdot \sin \widehat{PAD}}{PD} = \frac{3 \cdot \sin 100^\circ}{9,0186} \approx 0,3276 \Rightarrow \widehat{APD} \approx 19,1232^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{DPB} = 40^\circ - 19,27^\circ = 20,8768^\circ.$$

$$\Rightarrow BD = \sqrt{PD^2 + PB^2 - 2PD.PB.\cos \widehat{DPB}} = \sqrt{9,0186^2 + 7^2 - 2.9,0186.7.\cos 20,8768^\circ} \approx 3,516 \text{ km.}$$

Vậy Nam phải đi thêm 3,516 km.