แบบฝึกหัดที่ 30
เรื่อง ความต่อเนื่องของฟังก์ชันที่ x = c

หน่วยที่ 3 เรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6**

รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม 5 **รหัสวิชา ค33201**

คำชี้แจง : จงเติมข้อความให้สมบูรณ์ ถูกต้อง ถ้าหากขั้นตอนใดไม่ใช้ ให้เติมเครื่องหมาย - และให้ใช้บทนิยาม ถ้า f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ $x = c$ ต้องมีสมบัติครบทั้งสามข้อดังต่อไปนี้

1. $f(c)$ หาค่าได้ (นั่นคือ c อยู่ในโดเมนของ f)
2. $\lim_{x \to c} f(x)$ มีค่า
3. $f(c) = \lim_{x \to c} f(x)$

จงพิจารณาว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้ต่อไปนี้เป็นฟังก์ชันต่อเนื่อง ณ จุดที่กำหนดหรือไม่

1. $f(x) = 3x - 1$ ที่ $x = 0$

แนวคิด ขั้นที่ 1: ตรวจสอบ $f(c)$ หาค่าได้หรือไม่

จากโจทย์ $f(x) = 3x - 1$ และ $x = 0$

ในที่นี้ c คือ .....

จะได้ $f(0) = 3(0) - 1 = -1$

สรุปได้ว่า ..... $f(c)$ หาค่าได้ ..... $f(c)$ หาค่าไม่ได้

ขั้นที่ 2: ลิมิตของฟังก์ชันมีค่าหรือไม่

วิธีการหาลิมิต

..... ก. หาลิมิตซ้าย ลิมิตขวา สรุปค่าลิมิต

..... ข. หาลิมิต

$\lim_{x \to 0} f(x) = \lim_{x \to 0} (3x - 1) = 3(0) - 1 =$ .....

สรุปได้ว่า ..... $\lim_{x \to c} f(x)$ มีค่า ..... $\lim_{x \to c} f(x)$ ไม่มีค่า

LIVEWORKSHEETS

ขั้นที่ 3: พิจารณาผลลัพธ์ของขั้นที่ 1 และ ขั้นที่ 2 เท่ากันหรือไม่

สรุปได้ว่า ..... $\lim_{x\to c} f(x) = f(c)$ ..... $\lim_{x\to c} f(x) \neq f(c)$

ดังนั้น จากขั้นที่ 1 – 3 จะสรุปได้ว่า

..... $f(x) = 3x - 1$ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ $x =$ .....

..... $f(x) = 3x - 1$ ไม่เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ $x =$ ..... ขาดสมบัติข้อที่ .....

จงพิจารณาว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้ต่อไปนี้เป็นฟังก์ชันต่อเนื่อง ณ จุดที่กำหนดหรือไม่

2. $f(x) = \dfrac{x-4}{x^2-16}$ ที่ $x = 4$

แนวคิด ขั้นที่ 1: ตรวจสอบ $f(c)$ หาค่าได้หรือไม่

จากโจทย์ $f(x) = \dfrac{x-4}{x^2-16}$ และ $x = 4$

ในที่นี้ c คือ .....

จะได้ $f(4) = \dfrac{4-4}{4^2-16} =$ .....

สรุปได้ว่า ..... $f(c)$ หาค่าได้ ..... $f(c)$ หาค่าไม่ได้

ขั้นที่ 2: ลิมิตของฟังก์ชันมีค่าหรือไม่

วิธีการหาลิมิต

..... ก. หาลิมิตซ้าย ลิมิตขวา สรุปค่าลิมิต

..... ข. หาลิมิต

$$\lim_{x\to 4} f(x) = \lim_{x\to 4}\left(\frac{x-4}{x^2-16}\right) = \lim_{x\to 4}\left(\frac{1}{x+4}\right) = \text{.....}$$

สรุปได้ว่า ..... $\lim_{x\to c} f(x)$ มีค่า ..... $\lim_{x\to c} f(x)$ ไม่มีค่า

ขั้นที่ 3: พิจารณาผลลัพธ์ของขั้นที่ 1 และ ขั้นที่ 2 เท่ากันหรือไม่

สรุปได้ว่า ..... $\lim_{x\to c} f(x) = f(c)$ ..... $\lim_{x\to c} f(x) \neq f(c)$

LIVEWORKSHEETS

ดังนั้น จากขั้นที่ 1 – 3 จะสรุปได้ว่า (ถ้าไม่เลือกด้านหน้า ด้านหลังพิมพ์ - ลงในช่องคำตอบ)

..... $f(x)=\dfrac{x-4}{x^2-16}$ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ $x=$ .....

..... $f(x)=\dfrac{x-4}{x^2-16}$ ไม่เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ $x=$ ..... ขาดสมบัติข้อที่ .....

จงพิจารณาว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้ต่อไปนี้เป็นฟังก์ชันต่อเนื่อง ณ จุดที่กำหนดหรือไม่

3. $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x^3-1}$ ที่ $x=1$

แนวคิด ขั้นที่ 1: ตรวจสอบ $f(c)$ หาค่าได้หรือไม่

จากโจทย์ $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x^3-1}$ และ $x=1$

ในที่นี้ c คือ .....

จะได้ $f(1)=\dfrac{1^2-1}{1^3-1}$ = ...

สรุปได้ว่า ..... $f(c)$ หาค่าได้ ..... $f(c)$ หาค่าไม่ได้

ขั้นที่ 2: ลิมิตของฟังก์ชันมีค่าหรือไม่

วิธีการหาลิมิต

..... ก. หาลิมิตซ้าย ลิมิตขวา สรุปค่าลิมิต

..... ข. หาลิมิต

$$\lim_{x\to 1} f(x)=\lim_{x\to 1}\left(\frac{x^2-1}{x^3-1}\right)=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(x^2+x+1)}=$$ .....

สรุปได้ว่า ..... $\lim\limits_{x\to c} f(x)$ มีค่า ..... $\lim\limits_{x\to c} f(x)$ ไม่มีค่า

ขั้นที่ 3: พิจารณาผลลัพธ์ของขั้นที่ 1 และ ขั้นที่ 2 เท่ากันหรือไม่

สรุปได้ว่า ..... $\lim\limits_{x\to c} f(x)=f(c)$ ..... $\lim\limits_{x\to c} f(x)\neq f(c)$

LIVEWORKSHEETS

ดังนั้น จากขั้นที่ 1 – 3 จะสรุปได้ว่า (ถ้าไม่เลือกด้านหน้า ด้านหลังพิมพ์ - ลงในช่องคำตอบ)

..... $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x^3-1}$ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ $x =$ .....

..... $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x^3-1}$ ไม่เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ $x =$ ..... ขาดสมบัติข้อที่ .....

จงพิจารณาว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้ต่อไปนี้เป็นฟังก์ชันต่อเนื่อง ณ จุดที่กำหนดหรือไม่

4. $f(x)=|x|$ ที่ $x=0$

แนวคิด ขั้นที่ 1: ตรวจสอบ $f(c)$ หาค่าได้หรือไม่

จากโจทย์ $f(x)=|x|$ และ $x=0$

ในที่นี้ c คือ .....

จะได้ $f(0)=|0|$ = ...

สรุปได้ว่า ..... $f(c)$ หาค่าได้ ..... $f(c)$ หาค่าไม่ได้

ขั้นที่ 2: ลิมิตของฟังก์ชันมีค่าหรือไม่

วิธีการหาลิมิต

..... ก. หาลิมิตซ้าย ลิมิตขวา สรุปค่าลิมิต

..... ข. หาลิมิต

$\lim\limits_{x\to c^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^-}|x|=\lim\limits_{x\to 0^-}(-x)=\lim\limits_{x\to 0^-}(-0)=$ .....

$\lim\limits_{x\to c^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^+}|x|=\lim\limits_{x\to 0^+}(x)=\lim\limits_{x\to 0^+}(0)=$ .....

ดังนั้น $\lim\limits_{x\to 0}|x|=$ .....

สรุปได้ว่า ..... $\lim\limits_{x\to c} f(x)$ มีค่า ..... $\lim\limits_{x\to c} f(x)$ ไม่มีค่า

ขั้นที่ 3: พิจารณาผลลัพธ์ของขั้นที่ 1 และ ขั้นที่ 2 เท่ากันหรือไม่

สรุปได้ว่า ..... $\lim\limits_{x\to c} f(x)=f(c)$ ..... $\lim\limits_{x\to c} f(x)\neq f(c)$

LIVEWORKSHEETS

ดังนั้น จากขั้นที่ 1 – 3 จะสรุปได้ว่า (ถ้าไม่เลือกด้านหน้า ด้านหลังพิมพ์ - ลงในช่องคำตอบ)

..... $f(x) = |x|$ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ $x =$ .....

..... $f(x) = |x|$ ไม่เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ $x =$ ..... ขาดสมบัติข้อที่ .....

จงพิจารณาว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้ต่อไปนี้เป็นฟังก์ชันต่อเนื่อง ณ จุดที่กำหนดหรือไม่

5. $f(x) = \dfrac{|x+1|}{x+1}$ ที่ $x = -1$

แนวคิด ขั้นที่ 1: ตรวจสอบ $f(c)$ หาค่าได้หรือไม่

จากโจทย์ $f(x) = \dfrac{|x+1|}{x+1}$ และ $x = -1$

ในที่นี้ c คือ .....

จะได้ $f(-1) = \dfrac{|-1+1|}{-1+1}$ = ...

สรุปได้ว่า ..... $f(c)$ หาค่าได้ ..... $f(c)$ หาค่าไม่ได้

ขั้นที่ 2: ลิมิตของฟังก์ชันมีค่าหรือไม่

วิธีการหาลิมิต

..... ก. หาลิมิตซ้าย ลิมิตขวา สรุปค่าลิมิต

..... ข. หาลิมิต

$$\lim_{x\to c^-} f(x) = \lim_{x\to -1^-} f(x) = \lim_{x\to -1^-}\left(\frac{|x+1|}{x+1}\right) = \lim_{x\to -1^-}\left(\frac{-(x+1)}{x+1}\right) = \lim_{x\to -1^-} -1 = \text{.....}$$

$$\lim_{x\to c^+} f(x) = \lim_{x\to -1^+} f(x) = \lim_{x\to -1^+}\left(\frac{|x+1|}{x+1}\right) = \lim_{x\to -1^+}\left(\frac{(x+1)}{x+1}\right) = \lim_{x\to -1^-} 1 = \text{.....}$$

สรุปได้ว่า ..... $\lim_{x\to c} f(x)$ มีค่า ..... $\lim_{x\to c} f(x)$ ไม่มีค่า

ขั้นที่ 3: พิจารณาผลลัพธ์ของขั้นที่ 1 และ ขั้นที่ 2 เท่ากันหรือไม่

สรุปได้ว่า ..... $\lim_{x\to c} f(x) = f(c)$ ..... $\lim_{x\to c} f(x) \neq f(c)$

LIVEWORKSHEETS

ดังนั้น จากขั้นที่ 1 – 3 จะสรุปได้ว่า (ถ้าไม่เลือกด้านหน้า ด้านหลังพิมพ์ - ลงในช่องคำตอบ)

..... $f(x)=\dfrac{|x+1|}{x+1}$ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ x = ...

..... $f(x)=\dfrac{|x+1|}{x+1}$ ไม่เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ x = ... ขาดสมบัติข้อที่ .....

จงหาค่า k ที่ทำให้ฟังก์ชันที่กำหนดให้ต่อไปนี้เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องบนช่วง $(-\infty, \infty)$

6. $f(x)=\begin{cases}7x-2 & ;x\le 1\\ kx^2 & ;x>1\end{cases}$

แนวคิด จากโจทย์ หาค่า k ที่ทำให้ฟังก์ชันที่กำหนดให้ต่อไปนี้เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องบนช่วง $(-\infty, \infty)$

จะได้ว่า $f(x)=\begin{cases}7x-2 & ;x\le 1\\ kx^2 & ;x>1\end{cases}$ เป็น.....บนช่วง $(-\infty, \infty)$ ด้วย

และ $f(x)=\begin{cases}7x-2 & ;x\le 1\\ kx^2 & ;x>1\end{cases}$ เป็น..... ณ $x=1$

เลือกใช้ความรู้

..... ก. $f(c)$ หาค่าได้ (นั่นคือ c อยู่ในโดเมนของ f)

..... ข. $\lim\limits_{x\to c} f(x)$ มีค่า

..... ค. $f(c)=\lim\limits_{x\to c} f(x)$

แสดงว่า $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)$

$\lim\limits_{x\to 1^-}(.....)=\lim\limits_{x\to 1^+}(kx^2)$

..... = ...(ผลสำเร็จของการใช้ทฤษฎีลิมิต)

k = ...

ดังนั้น ค่า k ที่ทำให้ฟังก์ชันต่อเนื่องบนช่วงที่กำหนด คือ .....

LIVEWORKSHEETS

จงหาค่า k ที่ทำให้ฟังก์ชันที่กำหนดให้ต่อไปนี้เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องบนช่วง $(-\infty, \infty)$

7. $f(x)=\begin{cases} kx^2 & ;x \le 2 \\ 2x+k & ;x > 2 \end{cases}$

แนวคิด จากโจทย์ หาค่า k ที่ทำให้ฟังก์ชันที่กำหนดให้ต่อไปนี้เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องบนช่วง $(-\infty, \infty)$

จะได้ว่า $f(x)=\begin{cases} kx^2 & ;x \le 2 \\ 2x+k & ;x > 2 \end{cases}$ เป็น.....บนช่วง $(-\infty, \infty)$ ด้วย

และ $f(x)=\begin{cases} kx^2 & ;x \le 2 \\ 2x+k & ;x > 2 \end{cases}$ เป็น..... ณ $x =$ .....

เลือกใช้ความรู้

..... ก. $f(c)$ หาค่าได้ (นั่นคือ c อยู่ในโดเมนของ f)

..... ข. $\lim\limits_{x\to c} f(x)$ มีค่า

..... ค. $f(c)=\lim\limits_{x\to c} f(x)$

แสดงว่าว่า $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 2^+} f(x)$

$\lim\limits_{x\to 2^-} \left(kx^2\right) = \lim\limits_{x\to 2^+} (.....)$

..... = ... (ผลสำเร็จของการใช้ทฤษฎีลิมิต)

k = ...

ดังนั้น ค่า k ที่ทำให้ฟังก์ชันต่อเนื่องบนช่วงที่กำหนด คือ .....

---------- ✧✧✧✧✧✧ ----------

ชื่อ-สกุล : ..... ชั้น ม.6/..... เลขที่ .....

LIVEWORKSHEETS