LKPD (LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK)

RUMUS-RUMUS SUDUT RANGKAP DUA DAN TIGA

Nama :

Kelas :

No. Absen :

Petunjuk Pengerjaan:

1. Baca dan pahami dengan baik uraian materi yang ada pada LKPD ini
2. Simak penjelasan video yang ada pada LKPD ini
3. Isilah jawaban pada latihan soal pada LKPD ini
4. Kerjakan soal evaluasi pada buku latihan masing-masing dan kumpulkan di *google classroom*.

A. Tujuan Pembelajaran

Siswa dapat menggunakan rumus-rumus sudut rangkap untuk menyelesaikan masalah matematika dengan tepat.

B. Uraian Materi

1. Sudut Rangkap Dua

   a. Rumus $\sin 2\alpha$

   Dengan menggunakan rumus $\sin(\alpha + \beta)$, untuk $\beta = \alpha$, diperoleh

   $\sin 2\alpha ^\circ = \sin(\alpha + \alpha)$

   $= \sin \alpha \cos\alpha + \cos \alpha \sin \alpha$

   $= 2 \sin \alpha \cos \alpha$

   Jadi,

   $\boxed{\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha}$

   b. Rumus $\cos 2\alpha$

   Dengan menggunakan rumus $\cos (\alpha + \beta)$, untuk $\beta = \alpha$, diperoleh

   $\cos 2\alpha ^\circ = \cos (\alpha + \alpha)$

   $= \cos \alpha \cos\alpha - \sin \alpha \sin \alpha$

   $= cos^2\alpha - sin^2\alpha$

   Jadi,

LIVEWORKSHEETS

$\boxed{\cos 2\alpha = cos^2\alpha - sin^2\alpha}$ .....(pers. 1)

Dengan mensubstitusikan $cos^2\alpha = 1 - sin^2\alpha$ ke (pers. 1) diperoleh :

$\boxed{\cos 2\alpha = 1 - 2sin^2\alpha}$ .....(pers. 2)

Dengan mensubstitusikan $cos^2\alpha = 1 - sin^2\alpha$ ke (pers. 1) diperoleh :

$\boxed{\cos 2\alpha = 2\, cos^2\alpha - 1}$ .....(pers. 3)

c. Rumus $\tan 2\alpha$

Dengan menggunakan rumus $\tan(\alpha + \beta)$, untuk $\beta = \alpha$, diperoleh

$$\tan 2\alpha = \tan(\alpha + \alpha)$$

$$= \frac{\tan\alpha + \tan\alpha}{1 - \tan\alpha \tan\alpha}$$

$$= \frac{2\tan\alpha}{1 - tan^2\alpha}$$

Jadi,

$$\boxed{\tan 2\alpha = \frac{2\tan\alpha}{1 - tan^2\alpha}}$$

2. Sudut Rangkap Tiga

a. Rumus $\sin 3x$

$$\sin 3x = \sin(2x + x)$$

$$= \sin 2x \cos x + \cos 2x \sin x$$

$$= 2 \sin x \cos x \cos x + (1 - 2\, sin^2 x) \sin x$$

$$= 2 \sin x\, cos^2 x + \sin x - 2sin^3 x$$

$$= 2 \sin x\, (1 - sin^2 x) + \sin x - 2sin^3 x$$

$$= 2 \sin x - 2\, sin^3 x + \sin x - 2sin^3 x$$

$$\boxed{\sin 3x = 3 \sin x - 4\, sin^3 x}$$

b. Rumus $\cos 3x$

$$\cos 3x = \cos(2x + x)$$

$$= \cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x$$

$$= (2\, cos^2 x - 1) \cos x - 2 \sin x \cos x \sin x$$

$$= 2\, cos^3 x - \cos x - 2 \cos x\, sin^3 x$$

$$= 2\, cos^3 x - \cos x - 2 \cos x\, (1 - cos^2 x)$$

$$= 2\, cos^3 x - \cos x - 2 \cos x + 2\, cos^3 x$$

LIVEWORKSHEETS

$$\boxed{\cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x}$$

c. Rumus $\tan 3x$

$$\tan 3x = \tan(2x + x)$$

$$= \frac{\tan 2x + \tan x}{1 - \tan 2x \tan x}$$

$$= \frac{\frac{2\tan x}{1-\tan^2 x} + \tan x}{1 - \frac{2\tan x}{1-\tan^2 x}\tan x}$$

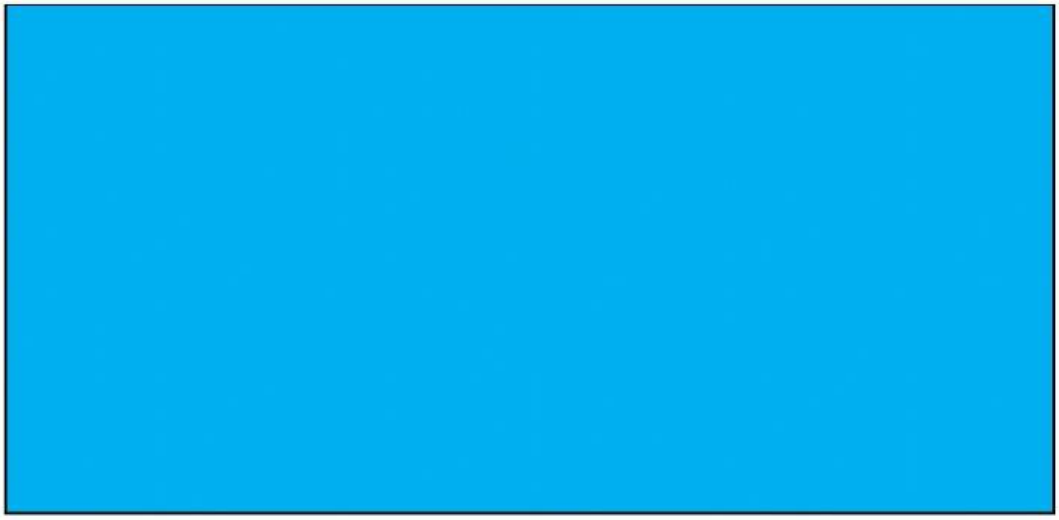
$$= \frac{\frac{2\tan x}{1-\tan^2 x} + \frac{(1-\tan^2 x)\tan x}{(1-\tan^2 x)}}{\frac{1-\tan^2 x}{1-\tan^2 x} - \frac{2\tan x}{1-\tan^2 x}}$$

$$= \frac{\frac{2\tan x + \tan x - \tan^3 x}{1-\tan^2 x}}{\frac{1-\tan^2 x - 2\tan^2 x}{1-\tan^2 x}}$$

$$\boxed{= \frac{2\tan x + \tan x - \tan^3 x}{1 - 3\tan^2 x}}$$

C. Penjelasan Materi

Untuk penjelasan lebih mendalam silakan simak video berikut!



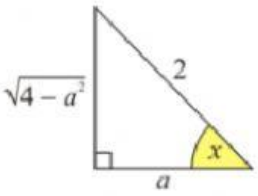
LIVEWORKSHEETS

D. Latihan Soal

1. Diketahui x adalah sudut lancip. Jika $\cos x = \frac{a}{2}$ maka nilai dari $\sin 2x$ adalah …..

   Penyelesaian:

   Karena x adalah sudut lancip dan $\cos x = \frac{a}{2}$ didapat segitiga sebagai berikut



   Rumus perbandingan trigonometri :



   $\sin x = \frac{depan}{miring}$ $\cos x = \frac{samping}{miring}$ $\tan x = \frac{depan}{samping}$

   Dari segitiga di atas didapatkan $\sin x = \frac{\sqrt{4-a^2}}{2}$

   Dengan demikian, nilai dari $\sin 2x$ dapat dihitung sebagai berikut.

   $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$

   $= 2\left(\frac{\sqrt{4-a^2}}{\quad}\right)\left(\ \frac{}{2}\ \right)$

   $= \frac{1}{2}a\sqrt{\quad -a^2}$

2. Diketahui α adalah sudut lancip dengan $\sin \alpha = \frac{1}{2}\sqrt{3}$. Nilai dari $1 - \cos 2x$ adalah …

   Penyelesaian:

   Rumus $\cos 2x$ adalah $\cos 2x = cos^2x - sin^2x$ atau $\cos 2x = 1 - 2sin^2x$

   Oleh karena itu, nilai dari $1 - \cos 2x$ dapat dihitung sebagai berikut.

   $1 - \cos 2x = 1 - (1 - 2sin^2x)$

   $= 1 - \quad +2sin^2x$

   $= 2sin^2x$

   $= 2\left(\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)^2$

LIVEWORKSHEETS

$= 2\left[\left(\frac{1}{2}\right)^2 (\sqrt{\quad})^2\right]$

$= 2\left(\frac{1}{\quad} . \quad\right)$

$= 2\left(\frac{3}{4}\right)$

$= \frac{}{2}$

3. Jika $\tan A = \frac{5}{12}$, maka nilai dari $\tan 2A$ adalah ….

   Penyelesaian:

   Rumus sudut rangkap dua $\tan 2A = \frac{2\tan A}{1-tan^2 A}$

   Dengan demikian, nilai $\tan 2A$ dapat dihitung sebagai berikut.

   $\tan 2A = \frac{2\tan A}{1-tan^2 A}$

   $= \frac{2 . \frac{5}{12}}{1-\left(\frac{5}{12}\right)^2}$

   $= \frac{\frac{}{6}}{1- \quad -}$

   $= \frac{\frac{5}{6}}{\frac{119}{144}}$

   $= \frac{5}{6} \cdot \frac{144}{119}$

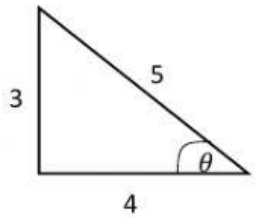
   $= 5 . \frac{24}{119}$

   $= \frac{}{119}$

4. Jika $\tan A = \frac{3}{4}$ dengan A sudut lancip. Tentukan nilai $\sin 3A$ dan $\cos 3A$

   Penyelesaian:

   Karena x adalah sudut lancip dan $\tan A = \frac{3}{4}$ didapat segitiga sebagai berikut



LIVEWORKSHEETS

$\tan A = \frac{3}{4}$ maka $\sin A = \frac{3}{5}$ dan $\cos A = \frac{4}{5}$

1) $\sin 3A = 3\sin A - 4\,sin^3 A$

$= 3\left(\frac{3}{5}\right) - 4\left(\frac{3}{5}\right)^3$

$= \frac{9}{5} - 4\left(\quad - \quad \right)$

$= \frac{9}{5} - \frac{108}{125}$

$= \frac{\quad}{125} - \frac{108}{125}$

$= \frac{117}{125}$

2) $\cos 3A \;\; = 4\,cos^3 A - 3\cos A$

$= 4\left(\frac{4}{5}\right)^3 - 3\left(\frac{4}{5}\right)$

$= 4\left(\frac{\quad}{125} \right) - \frac{\quad}{5}$

$= \frac{256}{125} - \frac{12}{5}$

$= \frac{256}{125} - \frac{300}{125}$

$= -\frac{\quad}{125}$

E. Soal Evaluasi

1. Jika $\sin\alpha = \frac{3}{5}$ dengan α adalah sudut lancip. Tentukan nilai $\sin 2\alpha$, $\cos 2\alpha$ dan $\tan 2\alpha$!

F. Kesimpulan

LIVEWORKSHEETS