

Ulfa Ni'matil Hasanah

LKPD

LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK Berbasis Penemuan Terbimbing

MATEMATIKA

Untuk SMA/MA
Peminatan Matematika dan Ilmu-ilmu Alam

Kelas XI
Semester 1



TRIGONOMETRI

Rumus Trigonometri Sudut Rangkap

2

JUMLAH dan SELISIH SINUS dan KOSINUS

Mata Pelajaran : Matematika

Kelas : XI

Semester : 1

Kompetensi Inti 1 (Sikap Spiritual)	Kompetensi Inti 2 (Sikap Sosial)
1. Menghayati dan mengamalkan ajaran agama yang dianutnya.	2. Menghayati dan mengamalkan perilaku jujur, disiplin, tanggung jawab, peduli (gotong royong, kerja sama, toleran, damai), santun, responsif dan proaktif dan menunjukkan sikap sebagai bagian dari solusi atas berbagai permasalahan dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam serta dalam menempatkan diri sebagai cerminan bangsa dalam pergaulan dunia.
Kompetensi Inti 3 (Pengetahuan)	Kompetensi Inti 4 (Keterampilan)
3. Memahami, menerapkan, dan menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural, dan metakognitif berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah.	4. Mengolah, menalar, dan menyaji dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri, bertindak secara efektif dan kreatif, serta mampu menggunakan metode sesuai kaidah keilmuan.

Kompetensi Dasar	Kompetensi Dasar
3.2 Membedakan penggunaan jumlah dan selisih sinus dan cosinus	4.2 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan rumus jumlah dan selisih sinus dan kosinus
Indikator Pencapaian Kompetensi	Indikator Pencapaian Kompetensi
3.2.2 Menemukan rumus trigonometri sudut rangkap	4.2.2 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan rumus trigonometri sudut rangkap.



Rumus Trigonometri Sudut Rangkap



Tujuan Pembelajaran:

Dengan menggunakan rumus trigonometri jumlah dua sudut, peserta didik dapat menemukan rumus trigonometri sudut rangkap

Apersepsi

Gono ingin memasang lampu hias pada sisi depan cafenya (yang bertanda garis kuning). Jika lebar café Gono 6 meter sedangkan kemiringan atapnya $22,5^\circ$, berapa panjang lampu hias yang dibutuhkan?



Dari pertemuan sebelumnya kalian sudah menemukan rumus trigonometri jumlah dua sudut

$$\cos (a + b) = \cos a \cdot \cos b - \sin a \cdot \sin b$$

$$\sin (a + b) = \sin a \cdot \cos b + \cos a \cdot \sin b$$

$$\tan (a + b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \cdot \tan b}$$

MARI BERPIKIR

Isilah titik-titik di bawah ini dengan mengetikkan jawaban yang tepat atau mendrag jawaban di kotak sebelah kanan ke tempat yang tepat !

Dari rumus trigonometri jumlah dua sudut, dimana dua sudut tersebut sama, misal $b = a$, maka

$$\begin{aligned}1. \cos (a + b) &= \cos a \cdot \cos b - \sin a \cdot \sin b \\ \cos (a + \dots) &= \cos a \cdot \cos \dots - \sin a \cdot \sin \dots \\ \cos (\dots) &= \cos a \cdot \cos \dots - \sin a \cdot \sin \dots\end{aligned}$$

$$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$$

Ingat identitas trigonometri $\sin^2 a + \cos^2 a = 1$

$$\bullet \cos 2a = \cos^2 a - (\quad)$$

$$\cos 2a = \cos^2 a - \quad$$

$$1 + \cos^2 a$$

$$\cos 2a = 2 \cos^2 a - 1$$

$$1 - \sin^2 a$$

$$\bullet \cos 2a = \quad - \sin^2 a$$

$$1 - \cos^2 a$$

$$\cos 2a = 1 - \sin^2 a - \sin^2 a$$

$$\cos 2a = 1 - 2 \sin^2 a$$

$$\begin{aligned}2. \sin (a + b) &= \sin a \cdot \cos b + \cos a \cdot \sin b \\ \sin (a + \dots) &= \sin a \cdot \cos \dots + \cos a \cdot \sin \dots\end{aligned}$$

$$\sin 2a = 2 \sin a \cdot \cos a$$

$$3. \tan (a + b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \cdot \tan b}$$

$$\tan (a + \dots) = \frac{\tan a + \tan \dots}{1 - \tan a \cdot \tan \dots}$$

$$\tan 2a = \frac{2 \tan a}{1 - \tan^2 a}$$

Rumus Trigonometri sudut rangkap

- $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$

$$\cos 2a = 2 \cos^2 a - 1$$

$$\cos 2a = 1 - 2 \sin^2 a$$

- $\sin 2a = 2 \sin a \cdot \cos a$

- $\tan 2a = \frac{2 \tan a}{1 - \tan^2 a}$

Rumus Trigonometri setengah sudut

$$\cos 2a = 2 \cos^2 a - 1$$

$$2 \cos^2 a - 1 = \cos 2a$$

$$2 \cos^2 a = 1 + \cos 2a$$

$$\cos^2 a = \frac{1 + \cos 2a}{2}$$

$$\cos a = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos 2a}{2}}$$

$$\cos \frac{1}{2} a = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos a}{2}}$$

$$\cos 2a = 1 - 2 \sin^2 a$$

$$2 \sin^2 a = 1 - \cos 2a$$

$$\sin^2 a = \frac{1 - \cos 2a}{2}$$

$$\sin a = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos 2a}{2}}$$

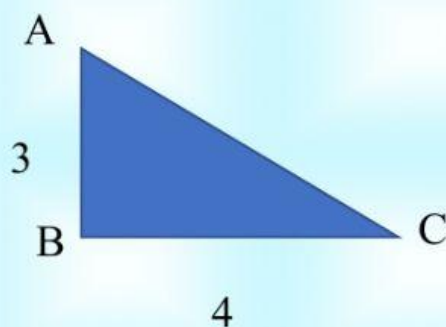
$$\sin \frac{1}{2} a = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos a}{2}}$$

Contoh

1. Segitiga ABC siku-siku di B. AB = 3 dan BC = 5

Tentukan :

- a. $\sin 2C$
b. $\cos 2C$



Jawab:

Isilah kotak-kotak berikut dengan mengetikkan jawaban yang benar!

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2}$$

$$AC = \sqrt{\square^2 + \square^2}$$

$$AC = \sqrt{\square + \square}$$

$$AC = \sqrt{\square}$$

$$AC = \square$$

$$\sin C = \frac{\square}{\square}$$

$$\cos C = \frac{\square}{\square}$$

$$\sin 2C = 2 \square \square$$

$$\sin 2C = 2 \frac{\square}{\square} \frac{\square}{\square}$$

$$\sin 2C = \frac{\square}{\square}$$

$$\cos 2C = \square^2 - 1$$

$$\cos 2C = \left(\frac{\square}{\square} \right)^2 - 1$$

$$\cos 2C = \frac{\square}{\square}$$

2. Tentukan penyelesaian dari $\sin 4x - \cos 2x = 0$
untuk $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$

Penyelesaian:

Isilah kotak yang kosong berikut dengan mengetikkan jawaban yang benar!

$$\sin 4x - \cos 2x = 0$$

$$\Leftrightarrow \boxed{} - \cos 2x = 0$$

$$\Leftrightarrow (2 \sin 2x - 1) \cdot \cos 2x = 0$$

$$\Leftrightarrow 2 \sin 2x - 1 = 0 \quad \text{atau} \quad \cos 2x = 0$$

a. $2 \sin 2x - 1 = 0$

$$\Leftrightarrow \sin 2x = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \sin 2x = \sin \boxed{}^\circ$$

$$\Leftrightarrow 2x = \boxed{}^\circ + k \cdot 360^\circ \quad \text{atau} \quad 2x = (180^\circ - \boxed{}^\circ) + k \cdot 360^\circ$$

$$\Leftrightarrow 2x = \boxed{}^\circ + k \cdot 360^\circ \quad \text{atau} \quad 2x = \boxed{}^\circ + k \cdot 360^\circ$$

$$\Leftrightarrow x = \boxed{}^\circ + k \cdot 180^\circ \quad \text{atau} \quad x = \boxed{}^\circ + k \cdot 180^\circ$$

1) untuk $x = 15^\circ + k \cdot 180^\circ$

$$k = 0 \Leftrightarrow x = 15^\circ + 0 \cdot 180^\circ = \boxed{}^\circ$$

$$k = 1 \Leftrightarrow x = 15^\circ + 1 \cdot 180^\circ = \boxed{}^\circ$$

2) untuk $x = 75^\circ + k \cdot 180^\circ$

$$k = 0 \Leftrightarrow x = 75^\circ + 0 \cdot 180^\circ = \boxed{}^\circ$$

$$k = 1 \Leftrightarrow x = 75^\circ + 1 \cdot 180^\circ = \boxed{}^\circ$$

b. $\cos 2x = 0$

$$\Leftrightarrow \cos 2x = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos 2x = \cos \boxed{}^\circ$$

$$\Leftrightarrow 2x = \boxed{}^\circ + k \cdot 360^\circ \quad \text{atau} \quad 2x = -\boxed{}^\circ + k \cdot 360^\circ$$

$$\Leftrightarrow x = \boxed{}^\circ + k \cdot 180^\circ \quad \text{atau} \quad x = -\boxed{}^\circ + k \cdot 180^\circ$$

1) untuk $x = 45^\circ + k \cdot 180^\circ$

$$k = 0 \Leftrightarrow x = 45^\circ + 0 \cdot 180^\circ = \boxed{}^\circ$$

$$k = 1 \Leftrightarrow x = 45^\circ + 1 \cdot 180^\circ = \boxed{}^\circ$$

2) untuk $x = -45^\circ + k \cdot 180^\circ$

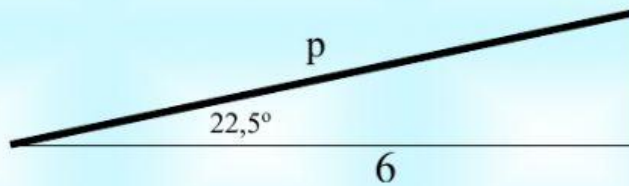
$$k = 1 \leftrightarrow x = -45^\circ + 1 \cdot 180^\circ = \boxed{}^\circ$$

$$k = 2 \leftrightarrow x = -45^\circ + 2 \cdot 180^\circ = \boxed{}^\circ$$

Jadi penyelesaian $\sin 4x - \cos 2x = 0$ untuk $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$ adalah $15^\circ, 45^\circ, 75^\circ, 135^\circ, 195^\circ, 225^\circ, 255^\circ, 315^\circ$

Selanjutnya, Bagaimana untuk masalah café Gono?

Masalah café Gono dapat digambarkan sebagai berikut



Dari gambar terdapat perbandingan

$$\frac{6}{p} = \cos 22,5^\circ$$

$$p = \frac{6}{\cos 22,5^\circ}$$

$$\leftrightarrow p = \frac{5}{\cos \frac{1}{2} \boxed{}^\circ}$$

$$\leftrightarrow p = \frac{5}{\sqrt{\frac{1 + \cos \boxed{}^\circ}{2}}}$$

$$\Leftrightarrow p = \frac{6}{\sqrt{\frac{1 + \frac{1}{2}\sqrt{2}}{2}}}$$

$$\Leftrightarrow p = \frac{6}{\sqrt{\left(1 + \frac{1}{2}\sqrt{2}\right) \frac{1}{2}}}$$

$$\Leftrightarrow p = \frac{6}{\sqrt{\left(\frac{\square + \sqrt{2}}{2}\right) \frac{1}{2}}}$$

$$\Leftrightarrow p = \frac{6}{\sqrt{\frac{\square + \sqrt{2}}{4}}}$$

$$\Leftrightarrow p = \frac{6}{\frac{\sqrt{\square + \sqrt{2}}}{2}}$$

$$\Leftrightarrow p = \frac{6 \cdot 2}{\sqrt{\square + \sqrt{2}}}$$

$$\Leftrightarrow p = \frac{12}{\sqrt{2 + \sqrt{2}}} \approx 6,497$$

Jadi lampu hias yang dibutuhkan sekitar 6,5 meter