

LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK (LKPD) TURUNAN FUNGSI TRIGONOMETRI

TURUNAN FUNGSI TRIGONOMETRI SEDERHANA

NAMA :

KELAS :

I. TUJUAN PEMBELAJARAN :

Peserta didik dapat mendeskripsikan, menyajikan serta menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan turunan fungsi trigonometri sederhana.

II. KOMPETENSI DASAR :

- 3.3. Menggunakan prinsip turunan ke fungsi Trigonometri sederhana
- 4.3. Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan turunan fungsi trigonometri

III. INDIKATOR :

- 3.3.1. Memahami konsep turunan fungsi trigonometri sederhana..
- 3.3.2. Menentukan nilai turunan fungsi trigonometri sederhana...
- 3.3.3. Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan turunan fungsi trigonometri sederhana..

IV. MATERI :

Di kelas XI kita telah mempelajari Limit Fungsi Aljabar dan Turunan Fungsi Aljabar, Turunan Fungsi Aljabar diperoleh dari Limit fungsi Aljabar .

Turunan fungsi $f(x)$ diperoleh dari

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Ayo kita dapatkan turunan fungsi trigonometri berikut :

1. $f(x) = \sin x$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin(x+h) - \sin x}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin \dots \cos \dots + \cos \dots \sin \dots - \sin x}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin x (\cos \dots - 1) + \cos x \sin h}{\dots} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin x (\cos \dots - 1)}{\dots} + \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos x \cdot \sin h}{\dots} \\
&= \sin x \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(\cos \dots - 1)}{\dots} + \cos x \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin h}{\dots} \\
&= \sin x \dots + \cos x \dots \\
&= \dots
\end{aligned}$$

Jadi jika $f(x) = \sin x$ maka $f'(x) = \dots$.

2. $f(x) = \cos x$

$$\begin{aligned}
f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\
&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos(x+h) - \cos x}{h} \\
&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos \dots \cos \dots - \sin \dots \sin \dots - \cos x}{h} \\
&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos x (\cos \dots - 1) - \sin x \sin h}{\dots} \\
&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos x (\cos \dots - 1)}{\dots} - \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin x \cdot \sin h}{\dots} \\
&= \cos x \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(\cos \dots - 1)}{\dots} - \sin x \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin h}{\dots} \\
&= \cos x \dots - \sin x \dots \\
&= \dots
\end{aligned}$$

Jadi jika $f(x) = \cos x$ maka $f'(x) = \dots$.

V. VIDEO PEMBELAJARAN :



VI. ATURAN RANTAI

Ingat kembali pelajaran kelas XI, jika $y = u^n$ maka $y' = nu^{n-1} \cdot u'$

Pernyataan diatas bias di bentuk menjadi $y' = \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$

Contoh :

Tentukan turunan pertama dari $y = (3x^2 - 2)^3$

Jawab :

$$y = u^3 \rightarrow \frac{dy}{du} = 3u^2$$

$$u = 3x^2 - 2 \rightarrow \frac{du}{dx} = 6x$$

$$\begin{aligned}\frac{dy}{dx} &= \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx} \\ &= 3u^2 \cdot 6x \\ &= 18x(3x^2 - 2)^2\end{aligned}$$

Jadi untuk $y = (3x^2 - 2)^3$ maka $y' = \frac{dy}{dx} = 18x(3x^2 - 2)^2$

Untuk turunan fungsi trigonometri sama caranya dengan turunan fungsi aljabar.

Contoh soal :

1. Tentukan turunan dari $y = \sin 2x$

Jawab :

$$y = \sin u \rightarrow \frac{dy}{du} = \cos u$$

$$u = 2x \rightarrow \frac{du}{dx} = 2$$

$$\begin{aligned}\frac{dy}{dx} &= \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx} = \cos u \cdot 2 \\ &= 2 \cos u \\ &= 2 \cos 2x\end{aligned}$$

Jadi untuk $y = \sin 2x$ maka $y' = \frac{dy}{dx} = 2 \cos 2x$

Dari contoh diatas dapat kita simpulkan : untuk $y = \sin ax$ maka $y' = a \cos ax$

2. Tentukan turunan dari $y = \cos 4x$

Jawab :

$$y = \cos u \rightarrow \frac{dy}{du} = -\sin u$$

$$u = 4x \rightarrow \frac{du}{dx} = 4$$

$$\begin{aligned}\frac{dy}{dx} &= \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx} = -\sin u \cdot 4 \\ &= -4 \sin u \\ &= -4 \sin 4x\end{aligned}$$

Jadi untuk $y = \sin 2x$ maka $y' = \frac{dy}{dx} = 2 \cos 2x$

Dari contoh diatas dapat kita simpulkan : untuk $y = \cos ax$ maka $y' = -a \sin ax$

3. Tentukan turunan dari $y = \tan 3x$

Jawab :

$$y = \tan u \rightarrow \frac{dy}{du} = \sec^2 u$$

$$u = 3x \rightarrow \frac{du}{dx} = 3$$

$$\begin{aligned}\frac{dy}{dx} &= \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx} = \sec^2 u \cdot 3 \\ &= 3 \cdot \sec^2 u \\ &= 3 \cdot \sec^2 3x\end{aligned}$$

Jadi untuk $y = \tan 3x$ maka $y' = \frac{dy}{dx} = 3 \cdot \sec^2 3x$

Dari contoh diatas dapat kita simpulkan : untuk $y = \tan ax$ maka $y' = a \sec^2 ax$

4. Tentukan turunan dari $y = \cot 3x$

Jawab :

$$y = \cot u \rightarrow \frac{dy}{du} = -\operatorname{cosec}^2 u$$

$$u = 3x \rightarrow \frac{du}{dx} = 3$$

$$\begin{aligned}\frac{dy}{dx} &= \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx} = -\operatorname{cosec}^2 u \cdot 3 \\ &= -3 \cdot \operatorname{cosec}^2 u \\ &= -3 \cdot \operatorname{cosec}^2 3x\end{aligned}$$

Jadi untuk $y = \cot 3x$ maka $y' = \frac{dy}{dx} = -3 \cdot \operatorname{cosec}^2 3x$

Dari contoh diatas dapat kita simpulkan : untuk $y = \cot ax$ maka $y' = -a \operatorname{cosec}^2 ax$

5. Tentukan turunan dari $y = \sec 3x$

Jawab :

$$y = \sec u \rightarrow \frac{dy}{du} = \sec u \cdot \tan u$$

$$u = 3x \rightarrow \frac{du}{dx} = 3$$

$$\begin{aligned}\frac{dy}{dx} &= \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx} = \sec u \cdot \tan u \cdot 3 \\ &= 3 \cdot \sec u \cdot \tan u \\ &= 3 \cdot \sec 3x \cdot \tan 3x\end{aligned}$$

Jadi untuk $y = \sec 3x$ maka $y' = \frac{dy}{dx} = 3 \cdot \sec 3x \cdot \tan 3x$

Dari contoh diatas dapat kita simpulkan : untuk $y = \sec ax$ maka $y' = a \sec ax \cdot \tan ax$

6. Tentukan turunan dari $y = \operatorname{cosec} 3x$

Jawab :

$$\begin{aligned}y &= \operatorname{cosec} u \rightarrow \frac{dy}{du} = -\operatorname{cosec} u \cdot \cot u \\ u &= 3x \rightarrow \frac{du}{dx} = 3 \\ \frac{dy}{dx} &= \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx} = -\operatorname{cosec} u \cdot \cot u \cdot 3 \\ &= -3 \cdot \operatorname{cosec} u \cdot \cot u \\ &= -3 \cdot \operatorname{cosec} 3x \cot 3x\end{aligned}$$

Jadi untuk $y = \operatorname{cosec} 3x$ maka $y' = \frac{dy}{dx} = -3 \cdot \operatorname{cosec} 3x \cdot \cot 3x$

Dari contoh diatas dapat kita simpulkan : untuk $y = \operatorname{cosec} ax \rightarrow y' = -a \operatorname{cosec} ax \cdot \cot ax$

VII. LATIHAN

PILIH LAH JAWABAN YANG PALING TEPAT !

- Turunan pertama fungsi $f(x) = -4 \cos(2x - 9) = \dots$
 - $f'(x) = -8 \cdot \sin(2x - 9)$
 - $f'(x) = -2 \cdot \sin(2x - 9)$
 - $f'(x) = 2 \cdot \sin(2x - 9)$
 - $f'(x) = 4 \cdot \sin(2x - 9)$
 - $f'(x) = 8 \cdot \sin(2x - 9)$
- Turunan pertama fungsi $f(x) = 5 \sin(x^2 + 4x - 10) = \dots$
 - $f'(x) = (10x + 20) \cdot \cos(x^2 + 4x - 10)$
 - $f'(x) = (2x + 20) \cdot \cos(x^2 + 4x - 10)$
 - $f'(x) = (2x + 4) \cdot \cos(x^2 + 4x - 10)$
 - $f'(x) = -(2x + 20) \cdot \cos(x^2 + 4x - 10)$
 - $f'(x) = -(10x + 20) \cdot \cos(x^2 + 4x - 10)$

3. Turunan pertama fungsi $y = 3 \tan^2 5x = \dots$

- A. $y' = 30 \sec^2 5x$
- B. $y' = 30 \tan 5x \sec^2 5x$
- C. $y' = 30 \tan^2 5x \sec 5x$
- D. $y' = 18 \sec^2 5x \sec 5x$
- E. $y' = 15 \sec^2 5x$

VIII. LETAKKAN BENTUK BERIKUT PADA KOLOM YANG SESUAI

$$y = -\sin(2x + 1)$$

$$y = \cos(5x - 3)$$

$$y = \cot(-2x + 7)$$



$$y' = -5 \sin(5x - 3)$$

$$y' = 2 \operatorname{cosec}^2(-2x + 7)$$

$$y' = -2 \cos(2x + 1)$$

IX. TARIKLAH GARIS PADA PASANGAN YANG TEPAT !

$$y = -\sin x \cos x$$

$$y' = 6 \sin(3x - 2\pi) \cos(3x - 2\pi)$$

$$y = \sin^2(3x - 2\pi)$$

$$y' = -8 \sec^2(\pi - 4x)$$

$$y = 2 \tan(\pi - 4x)$$

$$y' = -1$$