

Nama :

Kelas :

No :

PERSAMAAN DAN PERTIDAKSAMAAN NILAI MUTLAK

BENTUK LINIER SATU VARIABEL

A. Sifat-Sifat Nilai Mutlak

Jika $x, y \in \mathbf{R}$, maka berlaku sifat-sifat sebagai berikut.

1. $|x \cdot y| = |x| \cdot |y|$
2. $\left|\frac{x}{y}\right| = \frac{|x|}{|y|}, y \neq 0$
3. $|x + y| \leq |x| + |y|$
4. $|x - y| \geq |x| - |y|$
5. $|x| = \sqrt{x^2}$
6. $|x|^2 = x^2$
7. $|x| < |y|$, jika dan hanya jika $x^2 < y^2$

B. Langkah-langkah Menentukan HP Persamaan dan Pertidaksamaan Nilai Mutlak

1. Langkah Penyelesaian Persamaan Nilai Mutlak

a. Menggunakan definisi nilai mutlak.

$$|x| = \begin{cases} x & \text{untuk } x \geq 0 \\ -x & \text{untuk } x < 0 \end{cases}$$

b. Mengkuadratkan masing-masing ruas persamaan

Sifat yang digunakan : $|x|^2 = x^2$

Contoh :

1. Tentukan himpunan penyelesaian dari $|2x - 4| = 3$.

Penyelesaian:

Cara 1

$$\begin{aligned} \bullet \quad 2x - 4 &= 3 \\ 2x &= 3 + 4 \\ \Leftrightarrow 2x &= 7 \\ \Leftrightarrow x &= \frac{7}{2} \end{aligned}$$

atau

$$\begin{aligned} \bullet \quad 2x - 4 &= -3 \\ 2x &= -3 + 4 \\ \Leftrightarrow 2x &= 1 \\ \Leftrightarrow x &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\text{Hp} = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{7}{2} \right\}.$$

Cara 2

$$|2x - 4| = 3$$

$$\Leftrightarrow (2x - 4)^2 = 9$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 - 16x + 16 = 9$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 - 16x + 7 = 0$$

$$\Leftrightarrow (2x - 1)(2x - 7) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x - 1 = 0 \text{ atau } 2x - 7 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \qquad x = \frac{7}{2}$$

$$\text{Hp} = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{7}{2} \right\}.$$

2. Langkah penyelesaian pertidaksamaan nilai mutlak menggunakan sifat berikut.

- a. $|x| \leq p$ artinya $-p \leq x \leq p$
- b. $|x| < p$ artinya $-p < x < p$
- c. $|x| \geq p$ artinya $x \geq p$ atau $x \leq -p$
- d. $|x| > p$ artinya $x > p$ atau $x < -p$

CONTOH

Tentukan himpunan penyelesaian dari $|2x - 6| < 4$.

Penyelesaian:

$$|2x - 6| < 4$$

$$-4 < 2x - 6 < 4$$

$$-4 + 6 < 2x - 6 + 6 < 4 + 6 \text{ (semua ruas +6)}$$

$$2 < 2x < 10 \text{ (semua ruas dibagi 2)}$$

$$1 < x < 5$$

$$\text{Hp} = \{x | 1 < x < 5, x \in R\}.$$

CONTOH

Tentukan himpunan penyelesaian dari

$$|2x - 4| > 8$$

Penyelesaian:

$$\bullet \quad 2x - 4 > 8$$

$$\Leftrightarrow 2x > 8 + 4$$

$$\Leftrightarrow 2x > 12$$

$$\Leftrightarrow x > 6$$

$$\bullet \quad 2x - 4 < -8$$

$$2x < -8 + 4$$

$$2x < -4$$

$$x < -2$$

$$\text{Hp} = \{x | x < -2 \text{ atau } x > 6, x \in R\}.$$

Soal Latihan

Tentukan himpunan penyelesaian dari persamaan dan pertidaksamaan berikut.

1. $|x + 7| = 3$

Penyelesaian

$$x + 7 = 3$$

$$x = 3 -$$

$$x =$$

atau $x + 7 = -3$

$$x = -3 -$$

$$x =$$

Jadi, HP = { , }

2. $|8 - 4x| = 12$

Penyelesaian

$$8 - 4x = 12$$

$$-4x = 12 - 8$$

$$-4x = 4$$

$$x = -1$$

atau

$$8 - 4x = -12$$

$$-4x = -12 - 8$$

$$-4x = -20$$

$$x = 5$$

Jadi, HP = $\{-1, 5\}$

3. $|2x + 5| = 14 - x$

Penyelesaian

$$2x + 5 = 14 - x$$

atau

$$2x + 5 = -(14 - x)$$

$$2x + x = 14 - 5$$

$$2x + 5 = -14 + x$$

$$x = 9$$

$$2x - x = -14 - 5$$

$$x = -19$$

$$x = -19$$

Jadi, HP = $\{9, -19\}$

4. $|2x - 1| < 7$

Penyelesaian

$$-7 < 2x - 1 < 7$$

$$-7 + 1 < 2x - 1 + 1 < 7 + 1$$

+1 (semua ruas +1)

$$-6 < 2x < 8$$

(semua ruas :2)

$$-3 < x < 4$$

Jadi, HP = $\{x | -3 < x < 4, x \in R\}$

5. $|2x + 6| + 1 \geq 3$

Penyelesaian

$$|2x + 6| + 1 \geq 3$$

$$|2x + 6| \geq 3 - 1$$

$$|2x + 6| \geq 2$$

$$2x + 6 \geq 2$$

$$2x \geq 2 - 6$$

$$2x \geq -4$$

$$x \geq -2$$

atau

$$2x + 6 \leq -2$$

$$2x \leq -2 - 6$$

$$2x \leq -8$$

$$x \leq -4$$

Jadi, HP = $\{x | x \leq -4 \text{ atau } x \geq -2, x \in R\}$